

属性に付随する資源量の変動分析についての考察

大澤 秀雄

概要

公表されている公式の統計データ表では、各種産業等における雇用状況数や資源量の状況などが掲載される。そのほとんどがそれぞれの属性における実状を示す数量が公表されているが、以前の状況からの変動状況がいかなるものかは、必ずしも明らかではない。この論文では、数期間にわたる実状数量が得られた場合、その属性間の移動状況を分析する統計的なアプローチを試みる。

1. はじめに

産業連関表をはじめ各種の公表されている公式の統計データ表では、各種産業等における雇用状況数や資源量の状況などが掲載される。そうした時系列データが与えられた場合、属性間の変動状況あるいは推移状況がいかなるものかは不明である。本論文ではそのことに焦点をあて、属性間の変動状況を明らかにすることを目的とする。属性間の推移は、対象となる属性集合の状況を判断する材料にもなり得るもので、重要な意味をもつと考えられる。

例えば、製造業に従事する雇用形態の時系列データでは、建築材製造業、電子部品製造業、金属製品製造業などの正規の一般従業形態、パートなどの非正規従業形態（雇用契約期間の長短により細分）の労働者数の実態数がみられる。本論文ではこれらを属性と呼ぶことにする。対象とする属性全体を属性集合とよび、その外部からの新規参入者あるいは外部への退出者も考える。当然、対象産業間およびその外部との人的交流により時系列データの状態は推移しているわけであるが、その属性間と外部との推移状況は必ずしも明らかでない。しかしながら、どのような推移状況であるかを解明することは、その産業の発展あるいは衰退状況を表すものでもあり、将来的にどうなるかを予測する材料にもなると考えられる。そのような意味からも、属性間の推移変動状況を解明することは重要である。

本論文の構成は、次の通りである。第2節では属性間の移動に関するモデルを設定する。それに基づき、第3節では増分モデル、第4節では変化率モデルを構築し、第5節で製造業の新規求人数について、平成26年度上半期の推移状況を分析する。第6節では今後の問題点をまとめた。

2. 属性間の移動に関する基本モデル

この節では、属性間の移動に関するモデルを構築する。

まず、本節の目的のために、このシステムの状態を定義する。対象となる属性を c 種類と

して、その属性集合を

$$C = \{1, 2, \dots, c\}$$

と表し、この属性集合の外部を 0, さらに $C_0 = \{0\} \cup C$ とする。それぞれの属性における状態は整数値あるいは実数値で表されるものとして、その状態は等間隔の離散時点で観測されるものとする。属性間においてはこの間に状態の移動があり、さらに各属性に対して、外部から新規の流入あるいは外部への流出が起こる。このような状態の移動は属性間の関係の強弱により起こりうるもので、この変動状況の分析が必要となる。

こうした分析のために、これら属性間および外部との状態移動に関する確率モデルを表現する必要がある。そのために、次の変数を定義する。

$X_i(t)$: 時点 t において、属性 i の状態, $i \in C$,

$X_0(t)$: 時点 t から $t+1$ において、属性集合 C への新規流入量,

$a_{ij}(t)$: 時点 t から $t+1$ において、属性 i から j への移動量, $i, j \in C_0$,

ただし、 $a_{00}(t) = 0$ とする,

$A_i(t)$: 時点 t から $t+1$ において、属性 i への新規流入量, $i \in C$,

$B_i(t)$: 時点 t から $t+1$ において、属性 i からの流出量, $i \in C$.

このとき、次のことが成り立つ：

$$A_i(t) = \sum_{j \neq i} \alpha_{ji}(t), \quad i \in C,$$

$$B_i(t) = \sum_{j \neq i} \alpha_{ij}(t), \quad i \in C,$$

ここで、 $\sum_{j \neq i}$ は $j \in C_0$ から i を除く総和 $\sum_{C_0 - \{i\}}$ を意味するものとする。

また、 $X_0(t) = \sum_{j \neq 0} \alpha_{0j}(t)$ である。さらに、属性集合全体の資源量 $N_C(t)$ を定義する：

$$N_C(t) = \sum_{j \in C} X_j(t).$$

これらの変数定義のもとに、時点 t から $t+1$ への属性間の流入出の状況を表現する次の基本モデルを考える：

$$X_i(t+1) = X_i(t) + A_i(t) - B_i(t), \quad i \in C, \quad (1)$$

$$N_C(t+1) = N_C(t) + X_0(t) - \sum_{j \in C} \alpha_{j0}(t). \quad (2)$$

3. 増分モデル

時点 t から $t+1$ の 1 期間に属性 i での増分 $\Delta X_i(t)$ は

$$\Delta X_i(t) = X_i(t+1) - X_i(t) = A_i(t) - B_i(t), \quad i \in C,$$

であり、ここで右辺は

$$A_i(t) - B_i(t) = \sum_{j \neq i} \{a_{ji}(t) - a_{ij}(t)\}, \quad i \in C,$$

である。この式の各項は i に対して、他の属性 j との流出入のバランスを表している。次に、属性 i と外部の流出入のバランスを表すために

$$N_c(t+1) - N_c(t) = X_0(t) - \sum_{j=1}^c \alpha_{j0}(t) = \sum_{j=1}^c \{\alpha_{j0}(t) - \alpha_{j0}(t)\}$$

であることを考慮し、 $\Delta X_0(t) = N_c(t+1) - N_c(t)$ とする。

そこで、属性間および外部との移動間関係を知るために増分モデルとして

$$\Delta X'(t) = (\Delta X_0(t), \Delta X_1(t), \dots, \Delta X_c(t)),$$

を考える。ただし、 $\Delta X'(t)$ はベクトル $\Delta X(t)$ の転置である。これにより、属性集合に対する数期間にわたる観測値が得られた場合、属性間および外部との移動間関係を把握することが可能となる。模式的な例をみてみよう。

Example1;

ある中小企業の従業員数を想定して、その身分形態についてのデータを例に考えよう。表1はある企業における従業員形態別の従業員数の年度別データである。 $x_1 \sim x_4$ は正規社員数、非正規社員数、派遣社員数、パート社員数などを想定している。なお、このデータは説明のために作られた架空のものである。

表1：K社の社員形態別従業員数（年度別）

$t \setminus$ 従業員数	x_1	x_2	x_3	x_4	計
1	230	53	42	30	355
2	240	55	40	32	367
3	255	56	37	35	383
4	255	54	35	31	375
5	260	58	32	33	383
6	260	55	30	29	374

前述のモデルに従い、増分モデルを作ると表2であり、表3はその相関行列である。

表2： Δx

Δx	Δx_0	Δx_1	Δx_2	Δx_3	Δx_4
1	12	10	2	-2	2
2	16	15	1	-3	3
3	-8	0	-2	-2	-4
4	8	5	4	-3	2
5	-9	0	-3	-2	-4

表 3：相関行列 (Δx)

Δx	Δx_0	Δx_1	Δx_2	Δx_3	Δx_4
Δx_0	1.000				
Δx_1	0.947	1.000			
Δx_2	0.805	0.572	1.000		
Δx_3	-0.646	-0.560	-0.665	1.000	
Δx_4	0.987	0.889	0.879	-0.706	1.000

このようにして、属性どうしおよび外部との移動状況の関連性が判断できる。ちなみに、この例では属性 3 が他とは異なる状況であることが分かる。

4. 変化率モデル

資源の移動、すなわち状態遷移を考慮した変化率モデルを考える。次を条件とする。

$$\text{すべての } i \in C \text{ に対して, } X_i(t) \neq 0.$$

この条件のもとに式(1)の両辺を $X_i(t)$ で割る。

$$\frac{X_i(t+1) - X_i(t)}{X_i(t)} = \frac{A_i(t) - B_i(t)}{X_i(t)}, \quad i \in C.$$

ここで、左辺は属性 i の状態の変化率 $R_i(t)$ を意味するので、

$$R_i(t) = \frac{A_i(t) - B_i(t)}{X_i(t)}, \quad i \in C. \quad (3)$$

この右辺の各項の意味を考える。まず、第 2 項目は

$$\text{第 2 項} = \frac{B_i(t)}{X_i(t)} = \sum_{j \neq i} \frac{a_{ji}(t)}{X_i(t)}.$$

この等式における $a_{ij}(t)/X_i(t)$ は、時点 t から $t+1$ 間における属性 i から j への遷移率 $P_{ij}(t)$ である。次に、第 1 項目は

$$\text{第 1 項} = \frac{A_i(t)}{X_i(t)} = \sum_{j \neq i} \frac{a_{ji}(t)}{X_i(t)}$$

ここで、和の中の各項は $j \in C_0$ に対して、

$$\frac{a_{ji}(t)}{X_i(t)} = \frac{X_j(t)}{X_i(t)} \frac{a_{ji}(t)}{X_j(t)} = \frac{X_j(t)}{X_i(t)} P_{ji}(t).$$

この等式における $X_j(t)/X_i(t)$ は $j \in C$ について、時点 t における属性 i に対する j の規模率 $H_{j/i}(t)$ を表す。また、 $X_0(t)/X_i(t)$ は時点 t における属性 i の規模に対する外部からの新規流入率 $H_{0/i}(t)$ と考えられる。従って、 $i \in C$ に対して

$$R_i(t) = \sum_{j \neq i} \{H_{j/i}(t)P_{ji}(t) - P_{ij}(t)\}.$$

この式の各項は i に対して、他の属性 j との規模比率との関連と流出入の推移率とのバランスを表している。そこで、

$$R = (R_1(t), R_2(t), \dots, R_c(t)),$$

とし、属性間の推移率の関係をみる。

Example2;

Example1 の例に対して、 R を作り属性間の推移率の関係をみよう。表 1, 2 をもとに R が表 4 として、その相関が表 5 で得られる。

表 4 : R

R	R_1	R_2	R_3	R_4
1	0.0435	0.0377	-0.0476	0.0667
2	0.0625	0.0182	-0.0750	0.0938
3	0.0000	-0.0357	-0.0541	-0.1143
4	0.0196	0.0741	-0.0857	0.0645
5	0.0000	-0.0517	-0.0625	-0.1212

表 5 : 相関行列 (R)

R	R_1	R_2	R_3	R_4
R_1	1.000			
R_2	0.552	1.000		
R_3	-0.163	-0.491	1.000	
R_4	0.880	0.879	-0.406	1.000

表 3 と比較すると、属性間において相関の正負の関係は同じであるが、その強さには若干の差があることが分かる。

5. 製造業における新規求人数の変動状況

「政府統計の総合窓口」のサイトから平成 26 年度上半期の製造業における一般新規求人数のデータを取り出し、まとめたものが表 6 である。これについて、この期の製造業における求人状況の変動状況を考察する。前節までの例に従い、変化率モデル表 7 を作り、製造業内の各産業に対する新規求人に対する変動状況の相関を視る (表 8)。表 9 では、正の相関が非常に強い (0.95 以上) 場合 " ** " 印, 強い (0.8 以上) 場合 " * " 印, 負の相関が非常に強い (-0.95 以下) 場合 " ## " 印, 強い (-0.8 以下) 場合 " # " 印を付した。

これにより、製造業の中で「石油・石炭製品」に関する業種が他のほとんどの業種と異様

な求人状況にあることが判明した。その他の業種間では求人状況において同様の傾向を強く示していることが伺える。

表 6：製造業における新規求人数（平成 26 年上半年期）

No.	製造業	26 年 4 月	5 月	6 月	7 月	8 月	9 月
1	食料品	9,675	9,366	8,532	9,942	9,589	11,311
2	飲料・たばこ・飼料	755	697	894	749	735	1,067
3	繊維工業	2,991	2,721	3,277	2,919	2,588	3,271
4	木材・木製品（家具を除く）	1,114	1,129	1,203	1,268	1,159	1,258
5	家具・装備品	947	794	811	943	824	896
6	パルプ・紙・紙加工品	1,160	1,108	1,160	1,286	1,180	1,215
7	印刷・同関連業	2,339	1,904	1,840	2,183	1,845	2,075
8	化学工業	1,742	1,723	1,821	1,807	1,669	1,955
9	石油製品・石炭製品	84	83	108	83	100	94
10	プラスチック製品（別掲を除く）	2,453	2,171	2,194	2,497	2,185	2,505
11	ゴム製品	511	494	542	647	494	620
12	窯業・土石製品	1,728	1,579	1,668	1,753	1,507	1,769
13	鉄鋼業	1,247	1,131	1,197	1,319	1,234	1,302
14	非鉄金属	573	600	533	607	592	659
15	金属製品	5,969	5,958	5,990	6,439	5,883	6,423
16	はん用機械器具	4,110	3,955	4,055	4,101	3,970	4,292
17	生産用機械器具	2,867	2,771	2,689	3,140	2,745	3,012
18	業務用機械器具	1,434	1,371	1,567	1,486	1,153	1,498
19	電子部品・デバイス・電子回路	2,023	1,853	1,910	2,248	1,871	2,010
20	電気機械器具	3,558	3,551	3,701	4,012	3,280	4,343
21	情報通信機械器具	962	1,020	1,058	1,146	1,011	1,051
22	輸送用機械器具	5,711	5,521	7,251	7,054	5,562	7,989

表7：表6に対する変化率モデル

No.	製造業	26年4-5月	5-6月	6-7月	7-8月	8-9月
1	食料品	-0.0319	-0.0890	0.1653	-0.0355	0.1796
2	飲料・たばこ・飼料	-0.0768	0.2826	-0.1622	-0.0187	0.4517
3	繊維工業	-0.0903	0.2043	-0.1092	-0.1134	0.2639
4	木材・木製品（家具を除く）	0.0135	0.0655	0.0540	-0.0860	0.0854
5	家具・装備品	-0.1616	0.0214	0.1628	-0.1262	0.0874
6	パルプ・紙・紙加工品	-0.0448	0.0469	0.1086	-0.0824	0.0297
7	印刷・同関連業	-0.1860	-0.0336	0.1864	-0.1548	0.1247
8	化学工業	-0.0109	0.0569	-0.0077	-0.0764	0.1714
9	石油製品・石炭製品	-0.0119	0.3012	-0.2315	0.2048	-0.0600
10	プラスチック製品（別掲を除く）	-0.1150	0.0106	0.1381	-0.1249	0.1465
11	ゴム製品	-0.0333	0.0972	0.1937	-0.2365	0.2551
12	窯業・土石製品	-0.0862	0.0564	0.0510	-0.1403	0.1739
13	鉄鋼業	-0.0930	0.0584	0.1019	-0.0644	0.0551
14	非鉄金属	0.0471	-0.1117	0.1388	-0.0247	0.1132
15	金属製品	-0.0018	0.0054	0.0750	-0.0863	0.0918
16	はん用機械器具	-0.0377	0.0253	0.0113	-0.0319	0.0811
17	生産用機械器具	-0.0335	-0.0296	0.1677	-0.1258	0.0973
18	業務用機械器具	-0.0439	0.1430	-0.0517	-0.2241	0.2992
19	電子部品・デバイス・電子回路	-0.0840	0.0308	0.1770	-0.1677	0.0743
20	電気機械器具	-0.0020	0.0422	0.0840	-0.1825	0.3241
21	情報通信機械器具	0.0603	0.0373	0.0832	-0.1178	0.0396
22	輸送用機械器具	-0.0333	0.3133	-0.0272	-0.2115	0.4364

表8：新規求人に対する変動状況の相関行列

No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
1	1.000																					
2	0.136	1.000																				
3	0.132	0.963	1.000																			
4	0.489	0.456	0.638	1.000																		
5	0.711	0.227	0.375	0.717	1.000																	
6	0.547	0.065	0.285	0.819	0.924	1.000																
7	0.809	0.226	0.344	0.693	0.988	0.881	1.000															
8	0.510	0.846	0.889	0.818	0.536	0.458	0.556	1.000														
9	-0.828	0.372	0.314	-0.386	-0.525	-0.546	-0.608	-0.133	1.000													
10	0.810	0.353	0.475	0.806	0.967	0.881	0.981	0.698	-0.585	1.000												
11	0.671	0.367	0.534	0.970	0.830	0.881	0.828	0.781	-0.562	0.910	1.000											
12	0.655	0.636	0.752	0.910	0.842	0.780	0.842	0.903	-0.347	0.926	0.933	1.000										
13	0.582	0.272	0.442	0.734	0.985	0.933	0.948	0.535	-0.393	0.931	0.813	0.840	1.000									
14	0.897	-0.181	-0.206	0.309	0.415	0.346	0.534	0.251	-0.941	0.535	0.488	0.350	0.257	1.000								
15	0.787	0.293	0.429	0.915	0.801	0.828	0.829	0.749	-0.697	0.905	0.979	0.891	0.749	0.655	1.000							
16	0.637	0.784	0.833	0.762	0.760	0.598	0.775	0.925	-0.197	0.855	0.791	0.955	0.753	0.282	0.755	1.000						
17	0.837	0.035	0.180	0.790	0.863	0.885	0.892	0.528	-0.832	0.911	0.909	0.779	0.795	0.734	0.950	0.620	1.000					
18	0.355	0.817	0.911	0.880	0.522	0.520	0.508	0.971	-0.042	0.658	0.801	0.892	0.556	0.099	0.730	0.871	0.500	1.000				
19	0.670	0.112	0.308	0.858	0.930	0.984	0.913	0.544	-0.643	0.929	0.935	0.833	0.915	0.486	0.911	0.661	0.950	0.575	1.000			
20	0.721	0.591	0.673	0.906	0.685	0.654	0.721	0.928	-0.480	0.841	0.928	0.938	0.646	0.536	0.937	0.880	0.792	0.890	0.756	1.000		
21	0.399	0.014	0.226	0.877	0.541	0.776	0.519	0.494	-0.581	0.610	0.858	0.632	0.536	0.420	0.840	0.385	0.792	0.587	0.809	0.707	1.000	
22	0.312	0.851	0.943	0.852	0.523	0.505	0.501	0.963	0.031	0.645	0.768	0.885	0.568	0.027	0.684	0.880	0.453	0.995	0.549	0.856	0.528	1.000

表 9：製造業の新規求人に対する変動の相関状況

No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
1	--																						
2		--																					
3		**	--																				
4				--																			
5					--																		
6				*	*	--																	
7	*				**	*	--																
8		*	*	*				--															
9	#								--														
10	*			*	**	*	**			--													
11				**	*	*	*			*	--												
12				*	*	*	*	*		*	*	--											
13				**	*	*	*			*	*	*	--										
14	*								#					--									
15				*	*	*	*			*	**	*			--								
16			*					*		*	*	**				--							
17	*			*	*	*	*		#	*	*	*			*		--						
18		*	*	*	*	*	*	**		*	*	*	*		*	*	*	--					
19			*	*	**	*	*			*	*	*	*		*	*	*	*	--				
20			*	*	*	*	*	*		*	*	*	*		*	*	*	*	*	--			
21			*	*	*	*	*	*		*	*	*	*		*	*	*	*	*	*	--		
22		*	*	*	*	*	*	**		*	*	*	*		*	*	*	**	*	*	*	--	

6. コメント

この論文では、統計データ表で与えられた雇用状況数や資源量の状況などの時系列データから、属性間の変動状況あるいは推移状況を統計的に分析することを考察した。これにより一定の変動状況の関連性は解明されるが、次のような問題点が残る。

この論文では、データの処理が例示程度に終わったが、より様々な統計データに対する分析を行うことが求められよう。

次に、最大の問題点は変動状況における属性間の相関だけでは分析としては不十分と考えられることである。従って、今後の問題としては属性間での推移状況をより明確な形で推定できるようにすること、すなわち、推移確率を推定してマルコフ連鎖としてのモデルを構築して、さらなる分析に繋げる必要がある。この点では、従来型の推定と異なり、外部からの新規流入および流出を考える必要があり、従来型の推移確率推定（1）、（2）と異なる。この点が今後取り組むべき課題となろう。

参考文献

- 1) 高橋幸雄, “マルコフ性の仮定”, オペレーションズ・リサーチ, pp.23-28, Vol.27 No.8, 日本オペレーションズ・リサーチ学会機関誌, 1982.
- 2) 吉岡慎一, “所得階層間の推移確率”, 一橋研究, pp.25-44, Vol.4 (4), 一橋大学, 1980.
- 3) “製造業における一般新規求人人数”, 政府統計の総合窓口, <https://www.e-stat.go.jp/>, 2017.8.20.