

# 直線立地モデルにおける整合的推測的変動均衡を めぐる考察

竹 中 康 治

## はじめに

Hotelling [1929] はいまだに産業組織論や都市立地論で頻繁に引用され、利用される。特に産業組織論では、このモデルは水平的製品差別化を説明するモデルとして非常に有用であって、発表以来 90 年たつにもかかわらず、いまだに水平的製品差別化を説明できるモデルとして、Hotelling [1929] を超えるモデルは提示されていないと言ってもよい。

ただし、Hotelling [1929] にも問題は残されている。それは第 1 に、Hotelling [1929] では 3 企業以上が存在する場合の均衡が存在しない可能性があることである。ただし、この問題は直線上での立地をあきらめ、円環上での立地を考えれば、ある程度解消される。第 2 の問題は、Hotelling [1929] では、企業の 2 段階目の競争が価格を選ぶベルトラン=ナッシュ均衡が仮定されている点にある。言い換えれば、購入者の 1 単位購入と一様分布を仮定する限り、複占企業は常に線上の両端に立地することになる。このことは、各企業は最大限の製品差別化を行うことを意味することになる。このモデルでは、製品差別化の程度は直線上の位置で決まるわけではなく、複占企業間の立地の距離のみに基づく。現実を見ると、企業ははたして常に製品差別化の最大化に努めているのであろうか。必ずしもそうではない。

そこで本研究では、複占企業の第 2 段階目のゲームの行動をベルトラン行動以外に求め、複占下で直線上の異なる 2 つの内点に立地することがあり得るのかどうかを考察する。すなわち、本稿では両端と真ん中以外に両企業の立地がありうるのかどうかを議論する。

もし Hotelling [1929] が両端以外の立地を否定するならば、Hotelling [1929] の貢献は製品差別化の存在理由を説明するが、製品差別化の程度を説明するモデルとはならないことを意味することになる。特に両端でもなく、また同質財/両企業同一地点立地でもない均衡が成立するとすれば、それは整合的推測的変動均衡となると考えられる。なぜなら、一般的に同質財のケースでは、整合的推測的変動均衡はクールノー均衡と完全競争均衡の間に位置するし、異質財のケースでもそれは価格についてのゼロの推測的変動均衡とクールノー的均衡（生産量についてゼロの推測的変動均衡）との中間に位置するからである。こうした位置関係と、さらには生産量、あるいは価格についての推測的変動がゼロとなる以外で考えられる寡占均衡は整合的な推測的変動以外には考えられないからである。

企業の立地が次の段階のゲームにおける行動パターンに依拠するとすれば、その行動パターンとしてまず考えられるのは、整合的推測的変動行動である。ある企業がその（価格、あるいは生産量）選択を変化させるとき、ライバル企業の反応を予想するはずである。これ

を推測的変動と呼ぶ。この推測的変動がライバルの反応曲線の傾きと一致する場合を整合的推測的変動とよぶ。反応曲線は他の企業の行動の選択に対応して、当該企業が選択する行動を示す。したがって、反応曲線の傾きは実際のライバルの反応を意味すると考えられる。ただし、ベルトラン的行動やクールノー的行動では行動を選ぶ際、ライバルは反応しないと仮定されており、推測的変動はゼロとなるが、ライバルの反応を表すその反応曲線の傾きはゼロではないため、推測的変動は整合的 (consistent) とはならないことになる。推測的変動については、竹中・小林 [2020] (『寡占企業と推測的変動』, 慶応義塾大学出版会, 2020) に詳しい。

Hotelling [1929] のモデルは一見すると平易な構造をしているようにみえるが、モデルの展開は非常に煩雑である。そこでモデルを展開する上で次のような便宜的な方法をとる。(1) 対称立地の均衡のみを考える。(2) 第2段階のゲームは価格を選ぶゲームであるが、ここでは価格について整合的推測的変動を仮定する。(3) しかし、立地を選ぶ第1段階のゲームではナッシュ行動を仮定する。すなわち、どの企業もライバルの立地を一定として自らの立地を決定する。したがって、行動を仮定の場合の推測的変動はゼロとなる。第1段階ゲームと第2段階ゲームとで仮定する推測的変動が異なるのは、第一に計算の煩雑さを避けるためである。第二に、非ゼロの推測的変動がライバルの需要について無知だとする情報の非完備性にあるとし、それが顧客分布の不確実性から生じ、しかもその不確実な大きさが第2段階ゲームが始まってすぐに明らかになる状況を考えるとこうした第1段階ゲームのナッシュ行動と第2段階ゲームの非ナッシュ行動の非対称性が可能となる (竹中・小林 [2020] P91-96)。

非常に残念なことに、本稿では計算の簡便性のための仮定をこのように設定するにもかかわらず、満足な結果を導くことはできなかった。つまり、明確な形で両端立地、あるいは両企業同一地点立地 ( $a=b=1/2$ ) 以外に整合的推測的変動均衡の成立を導くことはできなかった。それでも、本稿で考察されるある供給領域 (以下では、部分供給領域と呼ぶ) ではその均衡の成立を完全に否定することはできなかった。それに対して別の供給領域 (以下では、全部供給領域と呼ぶ) では、クールノー均衡と両端立地均衡である Hotelling [1929] の均衡が一致する。ただし、この領域では整合的推測的変動均衡は存在しない。この領域では、Hotelling [1929] の均衡が存在するのみである<sup>1)</sup>。

## I. Hotelling [1929] の直線立地モデル

Hotelling [1929] のモデルは次の3つの特徴を持つ。その特徴を列挙すれば、次の通りである。(1) 価格を選ぶ2企業が存在し、(2) それら企業は (価格を選択する前に)、直線上に立地点を選ぶ、(3) 顧客の移動費用 (買い物に企業が立地する地点まで移動) は移動距離

1) Schulz and Stahl [1985] は Hotelling [1929] とは異なる均衡概念を使うときには、均衡が存在しない可能性があることを示している。

の自乗に比例する、の3つである。これら3つの条件は、均衡が存在するための工夫であるといつてよい。例えば企業数が3つになると、均衡は存在しないことはよく知られている。

本稿では直線立地モデルを寡占均衡の観点から議論するが、そのために、Hotelling [1929] を次のように簡単な形で表す。そのさい、議論はTirole [1988] にしたがっていることを明らかにしておく。いま、次の仮定をおく。

### 仮定

(i) 1の長さの直線上に一様に分布する顧客(海水浴客)を仮定する。この直線はゼロ地点から1地点までである。さらに各地点の顧客分密度は1とする。したがって、直線全体に位置する顧客数は1となる。

(ii)  $k$  地点 ( $0 \leq k \leq 1$ ) の顧客が  $i$  地点に立地する企業から買い物をするのに、 $(i-k)^2$  の費用がかかる。どの顧客も購入量はせいぜい1単位である<sup>2)</sup>。そこから得られる効用は金銭換算でき、その大きさは  $u$  に等しい。この評価額  $u$  から移動費用  $(i-k)^2$  を差し引いた大きさを留保価格と呼ぶことにする。つまり、 $i$  地点で購入する  $k$  地点の顧客が実際に購入するためには、少なくとも  $i$  地点に立地する立地する企業の販売価格  $p_i$  は、 $p_i \leq u - (i-k)^2$  とならなければならない。

(iii) A 企業と B 企業からなる2つの企業が存在し、費用ゼロで財(アイスクリーム)を供給する。

(iv) これら2企業はまず最初に、その立地点を同時に選び、続いて財の価格を同時に選ぶという2段階ゲームを考える。第1段階のゲームが立地ゲームであり、第2段階のゲームが寡占ゲームである。

(v) 2つの段階ゲーム(第1段階の立地ゲーム及び第2段階の価格ゲーム)はともに同時手番ゲームであり、両ゲームではNash均衡(バルトラン行動)を仮定する。そのさい第2段階の寡占ゲームでは、企業は価格を選択する。

(vi) 企業Aが立地する地点を  $a$  で表し、同様に企業Bが立地する地点も  $b$  で表すとする。

企業Aの領域  $a$  も企業Bの立地  $b$  について、 $a \leq b$  とすれば、 $0 \leq a \leq \frac{1}{2} \leq b \leq 1$ 、となる。

いま、直線を  $\frac{1}{2}$  地点を境に左右2つに分けると、 $a$  と  $b$  がともに直線の左半分の領域か、あるいは右半分の領域に立地することはあり得ないことは明らかである。なぜなら、左半分領域では企業A(あるいは企業B)は企業Bの(あるいは企業Aの)右横に位置することによって常に利潤を増やすことができる。同様に、右半分の領域では、企業A(あるいは企業B)は企業Bの(あるいは企業Aの)左横に位置することによって常に利潤を増やすことができる。したがって、上の立地関係が成立することになる。

---

2) Kohlberg and Novshek\* [1982] は顧客が右下がりの需要曲線の場合に均衡が存在する条件を明らかにしている。

ここで、A と B のどちらの企業から買っても無差別となる顧客位置  $k$  ( $0 \leq k \leq 1$ ) を考える。 $k$  地点の顧客が  $a$  地点に立地する企業 A から価格  $p_A$  で買った場合、この顧客の負担額は移動費用を含めて、 $p_A + (a-k)^2$ 。他方、この顧客が  $b$  地点に立地する企業 B から価格  $p_B$  で購入する場合には、負担額は  $p_B + (b-k)^2$  となる。もし、この顧客にとって両企業から購入することが無差別ならば、すなわち負担額が同一ならば、 $p_A + (a-k)^2 = p_B + (b-k)^2$  となる。

このとき、 $k$  地点より左側に位置する顧客は企業 A から購入する方が有利となるし、右側の顧客は企業 B から購入する方が安価となる。したがってもし両端点に位置する顧客の留保価格が購入から得られる効用 ( $u$ ) より小さいとすると、企業 A の需要  $D_A$  は  $k$  となるし、企業 B が直面する需要  $D_B$  は、 $1-k$  に等しい。

$p_A + (a-k)^2 = p_B + (b-k)^2$  を  $k$  について解いて、需要  $D_A$  と  $D_B$  を求めると次のようになる。

$$(1) D_A = k = \frac{p_B - p_A + C_1}{2(b-a)}.$$

他方、企業 B の需要  $1-k$  は、

$$(2) D_B = 1-k = \frac{p_A - p_B + C_2}{2(b-a)}.$$

ここで、 $C_i$  ( $i=1, 2$ ) は次の (3) と (4) によって与えられる。

$$(3) C_1 = b^2 - a^2,$$

$$(4) C_2 = (b-a)(2-b-a)$$

多段階ゲームはまずは最後の段階ゲームから解いていく。仮定 (iii) より、企業  $i$  ( $i=1, 2$ ) の利潤  $\pi_i$  は、 $\pi_i = p_i D_i$ 、である。立地を所与とする価格についての利潤最大化条件 (必要) は、もし内部解が存在するとすると、

$$(5) \frac{\partial \pi_A}{\partial p_A} = \frac{p_B - 2p_A + C_1}{2(b-a)} = 0,$$

$$(6) \frac{\partial \pi_B}{\partial p_B} = \frac{p_A - 2p_B + C_2}{2(b-a)} = 0.$$

これら最適条件から、立地を所与としたときの均衡価格  $p_A^*$  と  $p_B^*$  は、

$$(7) p_A^* = \frac{2C_1 + C_2}{3}, \quad p_B^* = \frac{2C_2 + C_1}{3},$$

次に第 1 段階目のゲームを解くことになる。すなわち、(7) を前提として利潤を最大にする  $a$  と  $b$  を求める。

$$(8) \frac{d\pi_A}{da} = \frac{\partial \pi_A}{\partial p_A} \frac{\partial p_A}{\partial a} \Big|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*} + \frac{\partial \pi_A}{\partial p_B} \frac{\partial p_B}{\partial a} \Big|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*} + \frac{\partial \pi_A}{\partial a} \Big|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*}$$

$$(9) \frac{d\pi_B}{db} = \frac{\partial \pi_B}{\partial p_B} \frac{\partial p_B}{\partial b} \Big|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*} + \frac{\partial \pi_B}{\partial p_A} \frac{\partial p_A}{\partial b} \Big|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*} + \frac{\partial \pi_B}{\partial b} \Big|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*}$$

ここで、(8) と (9) の第 1 項は価格についての利潤最大化条件 (必要) に対応する。もし価格について内部解が存在すると、(8) と (9) の第 1 項はゼロとなることに注意したい。(8) の第 2 項を考えよう。

$$\frac{\partial \pi_A}{\partial p_B} \Big|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*} = \frac{p_A^*}{2(b-a)} > 0,$$

$$\frac{\partial p_B}{\partial a} \Big|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*} = \frac{2(a-2)}{3} < 0.$$

上の最後の式が負となるのは、仮定 (vi) から、 $0 \leq a \leq \frac{1}{2}$  であるからである。したがって、(8)

の第 2 項は、

$$\frac{\partial \pi_A}{\partial p_B} \frac{\partial p_B}{\partial a} \Big|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*} < 0.$$

(8) の第 3 項は、

$$\frac{\partial \pi_A}{\partial a} \Big|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*} = \frac{p_A^* \{ p_B^* - p_A^* + (b-a)^2 \}}{2(b-a)^2}.$$

(8) 式において、第 1 項がゼロに等しいとすると、(7) から、 $p_A^*$  と  $p_B^*$  を考慮すると、(8)

は次のように (8)' となる。さらに、仮定 (vi) で、 $0 \leq a \leq \frac{1}{2} \leq b \leq 1$ 、であることから、

$$(8)' \quad \frac{d\pi_A}{da} = \frac{\partial \pi_A}{\partial p_B} \frac{\partial p_B}{\partial a} \Big|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*} + \frac{\partial \pi_A}{\partial a} \Big|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*} = \frac{p_A^* (-2+b-3a)}{6(b-a)} < 0.$$

同様に、(9) についても第 1 項がゼロとなると仮定すると、(9) は正となる。すなわち、

$$\frac{d\pi_B}{db} = \frac{\partial \pi_B}{\partial p_A} \frac{\partial p_A}{\partial b} \Big|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*} + \frac{\partial \pi_B}{\partial b} \Big|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*} > 0.$$

かくして、企業 A は左の端点に、企業 B は右の端点にそれぞれ立地することになる。すなわち、 $a=0$ 、 $b=1$ 、となる。企業間の距離が製品差別化の程度を示しているとすれば、こうしてベルトランの価格競争の下では製品差別化は最大になる。他方、価格は限界費用 (ゼロ) を超えて設定されることになる。すなわち、Hotelling [1929] では、ゲーム全体の均衡で、

$$(10) \quad p_A^* = p_B^* = 1.$$

もし  $u$  (顧客の効用) が十分に大きければ、すべての顧客が購入することになる。本稿ではこのようにあらゆる顧客が購入し得る価格領域を**全部供給領域**と呼ぶことにしたい。途方、一部の顧客が購入を取りやめる価格領域を**部分供給領域**と呼ぶことにする。

## II. 全部供給領域におけるクールノー行動と整合的推測的変動行動

企業 A が予想する企業 B の反応を企業 A の企業 B についての推測的変動  $h_A$  と呼び、同様に企業 B が推測する企業 A についての反応予想を推測的変動  $h_B$  と呼ぶ。企業の選択変数

を価格とすれば、推測的変動  $h_A$  及び  $h_B$  は次のように表される。

$$h_A = \left( \frac{dp_B}{dp_A} \right)^e, \quad h_B = \left( \frac{dp_A}{dp_B} \right)^e$$

上式それぞれの右辺の右肩に  $e$  の添え字があるのは、それらは  $h_A$  が企業 A の、あるいは  $h_B$  の場合には企業 B の推測あるいは予想であることを示している。推測には恣意的な推測もありうる。この恣意性こそが推測的変動概念の重大な問題点である。恣意的な推測を含めると、少なくとも推測的変動の数だけ寡占理論、あるいは寡占均衡が存在することになる。しかしながら、何らかの理論的背景を持つ推測的変動としては次のようなものが含まれる。

ベルトラン的行動、クールノー的行動、シュタッケルベルクの行動、整合的推測的変動行動、協調行動、動学行動、である。最後の動学行動を除けば、すべて静学的寡占理論である。これらのうち、整合的推測的変動とはライバルがその反応曲線上で反応することを意味している。その意味で、整合的推測的変動の場合のみ、添え字  $e$  は不要であろう。他方、動学行動均衡を含めて残りはすべてナッシュ均衡である。ただ整合的推測的変動均衡のみがナッシュ均衡ではあり得ないことが注目される<sup>3)</sup>。ベルトラン的行動やクールノー的行動は同時手番ゲームのフレームワークで表され、その場合には推測的変動はゼロに等しい、例外的な場合を除き、一般的にはそうした同時手番ゲームのナッシュ均衡は整合的ではない。推測的変動については、竹中、小林 [2020] が詳しい。

ここでは、最初に I で示した Hotelling [1929] の 2 段階目のゲーム（価格競争）を推測的変動を使って表わそう。ただし、第 1 段階目のゲーム（立地ゲーム）は Hotelling [1929] と同様にナッシュ行動を仮定する。以下、どの節においても、立地ゲームはナッシュ行動を仮定する。すなわち、立地に関するライバルの反応についての推測的変動は常にゼロに等しいとする。

立地を所与とする価格についての利潤最大化条件は、もし内部解が存在するとすると、

$$(11) \quad \frac{d\pi_A}{dp_A} = \frac{p_B - (2 - h_A)p_A + C_1}{2(b-a)} = 0,$$

$$(12) \quad \frac{d\pi_B}{dp_B} = \frac{p_A - (2 - h_B)p_B + C_2}{2(b-a)} = 0.$$

これを  $p_A$  と  $p_B$  について解くと、

$$(13) \quad p_A^* = \frac{(2 - h_B)C_1 + C_2}{(2 - h_A)(2 - h_B) - 1}, \quad p_B^* = \frac{(2 - h_A)C_2 + C_1}{(2 - h_A)(2 - h_B) - 1}.$$

この全部供給領域では、クールノー均衡は Hotelling [1929] の均衡に一致する。ただし、整合的推測変動的均衡は存在しない。これを示そう。クールノー行動では、どの企業もその生産量を変えても、ライバルの生産量は変化しないと仮定する。I で示した両企業が直面す

3) ここで挙げた動学モデルはオープン・ループ均衡とフィードバック均衡の両者を持つが、いずれもナッシュ均衡である。

る需要曲線 (1) と (2) を使うと, (1) より,

$$(14) \quad dD_A = \frac{(h_A - 1)dp_A}{2(b-a)}.$$

(2) より,

$$(15) \quad dD_B = \frac{(h_B - 1)dp_A}{2(b-a)}.$$

企業 A が生産量を増やすとき, ライバル企業 B は生産量を変化させない, すなわち  $dD_B = 0$ , とするのが, クールノー行動である. (15) で,  $dD_B = 0$ , から,  $h_B = 1$ , あるいは  $dp_B = 0$ , が導かれる. 他方, 企業 B についても同様に仮定されるから,  $h_A = 1$ , あるいは  $dp_A = 0$ , となる.

このうち,  $dp_B = 0$  と  $dp_A = 0$  は Hotelling [1929] の均衡と同じである. したがって, Hotelling [1929] は価格を選ぶときの均衡, すなわちベルトラン・タイプの均衡と数量を選ぶクールノー均衡が同一の均衡として成立する. 同質財の場合に, クールノー行動の推測的変動が整合的となる場合もある. その場合には, 均衡は完全競争均衡, すなわちベルトラン均衡に一致する. この点については, 竹中, 小林 [2020] (p76~79, p119~122) を参照されたい.

ところがすぐ後で述べるように,  $h_A = h_B = 1$  は整合的推測的変動でもある. 一般的にはクールノー行動の場合の数量に関する推測的変動はゼロであって, それは整合的ではない. ただし後述するように, 整合的となるのは両企業の立地が  $\frac{1}{2}$  になるときのみである. このとき, 両企業間に距離はなく, 同質財となる.

先述したように, 推測的変動がライバル企業の反応曲線の傾きに等しいとき, ライバルの反応予測がライバルの反応曲線上で推測されたことになり, 反応曲線で表されるライバル企業の行動が「整合的」に推測されたことになる.

価格についての企業 A の反応関数は利潤最大化条件 (11) を  $p_B$  について, 企業 B の反応関数は (12) を  $p_A$  について解いて得られる. (11) を  $p_B$  について微分すると,  $\frac{dp_A}{dp_B}$  が得られる. (12) を  $p_A$  について微分すると,  $\frac{dp_B}{dp_A}$  が得られる. ここで,  $h_A^* = \frac{dp_B}{dp_A}$ ,  $h_B^* = \frac{dp_A}{dp_B}$ , とおくと, 整合的推測的変動  $h_A^*$  と  $h_B^*$  が得られる. 前述したように, 整合的推測的変動とはライバル企業についての推測がライバルの反応曲線 (関数) に等しいことを意味する.

(12) から,

$$(16) \quad h_A^* = \frac{dp_B}{dp_A} = \frac{1}{(2 - h_B^*)}$$

(11) から

$$(17) \quad h_B^* = \frac{dp_A}{dp_B} = \frac{1}{(2-h_A^*)}$$

(16) と (17) から、 $h_A^* = h_B^*$  は明らかであり、 $h^* \equiv h_A^* = h_B^*$  とおくと、(16) と (17) はどちらも、 $(h^* - 1)^2 = 0$  が得られる。したがって、 $h^* \equiv h_A^* = h_B^* = 1$ 、となる。これは、前述したように、クールノー行動の場合の価格についての推測的変動に一致する。

$h_A = h_B = 1$  となるのは、 $a = b = \frac{1}{2}$  の場合に限られる。これを示そう。(11) と (12) に、 $h_A = h_B = 1$  を代入すると、(11) から、 $p_B - p_A + C_1 = 0$ 、(12) から、 $p_A - p_B + C_2 = 0$ 、このとき、(3) と (4) から、 $C_1 = b^2 - a^2 = C_2 = (b-a)(2-b-a)$  となり、これより、 $b-a=0$ 、となることがわかる。I の仮定 (vi) のすぐ後で述べた議論を援用すると、 $a=b$ 、が成立するのは、 $\frac{1}{2}$  地点しかあり得ない。

ところが立地ゲームの均衡として、 $a = b = \frac{1}{2}$ 、は成立しない。最後にこのことを示しておこう。以下では、第 1 段階目の立地ゲームはナッシュ行動を仮定する。非負の推測的変動にはその背景に均衡に至る立地の調整をとまなうはずであり、特に整合的推測的変動には「どの企業もライバルについて無知」であることが必要である。しかし、立地に関して何が無知か必ずしも明らかとはなり得ない<sup>4)</sup>。これが、ここで整合的推測的変動を仮定しない理由である。

2 段階目のゲームで内部解が存在するときの第 1 段階ゲームの企業 A にとっての最適条件は (8)' で示した。ただし、(8)' は 2 段階目のゲームが  $h_A = h_B = 0$ 、と仮定されるときを表記であるから、 $h_A = h_B \neq 0$ 、の場合には、多少の修正が必要となる。これを次のように (8)'' として書き直すと、

$$(8)'' \quad \frac{d\pi_A}{da} = \frac{d\pi_A}{dp_B} \frac{\partial p_B}{\partial a} \Big|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*} + \frac{\partial \pi_A}{\partial a} \Big|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*}$$

$h_A = h_B = 1$ 、の場合には、上式の各項目は、

$$\frac{d\pi_A}{dp_B} = D_A + \frac{p_A}{2(b-a)} > 0,$$

$$\frac{\partial p_B}{\partial a} \Big|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*} = -1,$$

---

4) もし、各企業が直面する需要が無知である場合には、第 1 段階の立地ゲームでそのことが調整の要因となるが、立地競争の展開を通してそうした無知は解消されよう。したがって、第 2 段階の競争ではもはや整合的推測的変動を成立させる「ライバルについての無知」という要因は解消し、その結果、整合的推測的変動はとられないことになる。整合的推測的変動を成立させる背景については、竹中、小林 [2020] (第 4, 5 章) を参照。



$$\frac{\partial \pi_A}{\partial a} \Big|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*} = -\frac{1}{2}.$$

かくして、(8)"は負となる。逆に、企業 B の場合には、立地にかかわる条件式は正となり、各企業はそれぞれ端点を選ぶこととなり、整合的推測的変動をとまなうクールノー競争均衡は成立しないことになる。

これまでの議論はあらゆる顧客に供給する場合（全部供給）を前提にしてきたが、次のⅢでは企業の供給が価格の高さによって、顧客の一部に対してしか供給されない（部分供給）場合を議論する。

### Ⅲ. 部分供給領域における Hotelling [1929] 均衡とクールノー均衡及び整合的推測的変動均衡

#### Ⅲ-1 需要曲線

顧客の購入判断は両企業が設定する価格水準に依存する。Ⅰ及びⅡのケースは、両企業の価格がすべての顧客に受け入れられるケースを論じた。すなわち、どこに位置する顧客もいずれかの企業からの購入費用（価格+移動費用）が消費から得られる効用  $u$  を上回らないケースである。すなわち、あらゆる顧客について、その留保価格が少なくともどちらかの企業の価格よりも大きいか等しいケースである。留保価格とは得られる効用  $u$  から移動費用  $(i-k)^2$  を差し引いた大きさのことである。そこでは、ベルトラン的均衡は存在しても、価格についての整合的推測的変動をとまなうクールノー均衡は存在しなかった。Hotelling [1929] が論じる均衡はベルトラン的均衡である。

しかしながら留保価格を超えて、価格がさらに上昇した場合、その顧客は購入を断念することになる。こうした場合をここでは部分供給と呼ぶ。企業が直面する需要曲線は部分供給の場合とあらゆる顧客が購入することになる全部供給の場合とでは異なってくる。全部供給の場合の需要供給曲線はすでに (1) 及び (2) として表した。

いま最初にⅠで示したように、その購入費用が企業 A から購入する場合と企業 B から購入する場合とでちょうど等しくなるような位置  $k$  を考える。つまり、その位置  $k$  の顧客は企業 A から購入することと企業 B から購入することと無差別である。  $k$  はすでに (1) で示した。全部供給の場合には、  $k$  は企業 A が直面する需要 ( $D_A$ ) に等しく、企業 B が直面する需要 ( $D_B$ ) は  $1-k$  に等しい

ところが部分供給の場合には、その留保価格がいずれの企業の価格をも下回り、購入を断念するような顧客が存在する。ここでは議論の出発点として  $p_A$  と  $p_B$  が等しいと仮定しよう。いま  $k$  より左方向に位置し、企業 A からの購入の留保価格がちょうど購入費用に等しくなるような位置を  $x_A$  で、  $k$  より右方向に位置し、企業 B からの購入の留保価格がちょうど購入費用に等しくなるような位置を  $x_B$  とする。この場合、  $x_A$  に位置する顧客の企業 A からの購入費用は効用  $u$  に等しくなり、かつ企業 B からの購入費用より低いか等しくなる。同様

に  $x_A$  に位置する顧客の企業 B からの購入費用は企業 B からの購入費用より低いか等しくなる。すなわち、

$$(18) u = p_A + (a - x_A)^2 \leq p_B + (b - x_A)^2$$

$$(19) u = p_B + (b - x_B)^2 \leq p_A + (a - x_B)^2$$

したがって、 $x_A$  と  $x_B$  は (18) と (19) の不等号から左の式を解いて、次のように表される。

$$(20) x_A = a - \sqrt{u - p_A}$$

$$(21) x_B = b + \sqrt{u - p_B}$$

ここで  $a$  と  $b$  は I で示したように、企業 A と企業 B の立地点を表す。(20) と (21) において、第 2 項の符号が異なるのは、 $x_A$  が  $a$  の左側、 $x_B$  は  $b$  の右側に位置することを考えているからに他ならない。

$x_A$  と  $1 - x_B$  は市場から抜け落ちる顧客の大きさに等しい。したがって、部分供給の場合には、企業 A が直面する需要  $D_A$  は  $k$  から  $x_A$  を差し引いた大きさに等しい。企業 B が直面する需要  $D_B$  は  $x_B - k$  に等しい。ただし、(20) と (21) から明らかのように、 $x_A$  や  $x_B$  の決定式には累乗根（ルート）が入っていて、たかが累乗根と言えども解を非常に複雑な形にし、処理を煩雑するのみである。特に、整合的推測的変動を仮定する場合には、そうである。非線形の需要曲線の場合、解の形が複雑なだけでなく、整合的推測的変動は一意的には定まらない。そこで、累乗根の部分  $\sqrt{u - p_i}$  を近似的に線形にしてみる ( $i = A, B$ )。いま、 $u = 1$  と仮定し、 $p_i = 0$  で  $p_i$  について 1 次近似を試みる。ただし、 $u = 1$  の仮定は場合によっては、企業の立地点  $a$ 、 $b$  でさえ、購入費用が  $u = 1$  に等しいか、あるいはそれより大きくなってしまふ場合があるかもしれない。 $u = 1$  は単に計算を簡単にするための便宜にすぎず、均衡の存在が類推されればそれで充分だと考える。

したがって、 $u = 1$  の仮定と 1 次近似によって、 $\sqrt{u - p_i} \approx 1 - \frac{p_i}{2}$ 。以下の (22) と (23) はそれぞれ、線形近似した企業 A と企業 B が直面する需要曲線である。 $k$  は (1) で与えられており、

$$(22) D_A \approx k - a + 1 - \frac{p_A}{2}$$

$$= \frac{p_B - p_A^z + C_1 - 2(a - 1)(z - 1)}{2(b - a)}$$

同様に、

$$(23) D_B \approx b + 1 - \frac{p_B}{2} - k$$

$$= \frac{2(z - 1)(b + 1) - p_B^z + p_A - C_1}{2(b - a)}$$

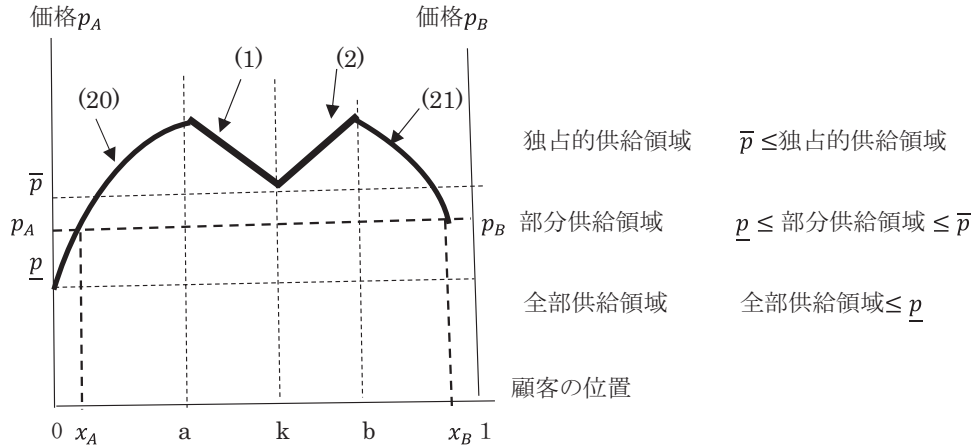


図1 対称立地の場合の価格水準と  $k$  分布のイメージ

$\bar{p}$  : 部分供給領域の上限価格,  $p$  : 部分供給領域の下限価格

ここで,  $C_1$  はすでに (3) で示した. また,  $z$  は次の (24) で示す.

$$(24) \quad z \equiv b - a + 1$$

図1は企業Aの立地  $a$  と企業Bの立地  $b$  が  $1/2$  の地点を挟んで対称的な場合をイメージして, 全部供給領域と部分供給領域, それに独占的供給領域を示している. いずれの供給領域も両企業の価格  $p_A, p_B$  によって決定される. もし,  $p_A$  と  $p_B$  が  $p$  以下であれば, あらゆる顧客は購入する. しかし,  $p_A$  と  $p_B$  が  $p$  より大きければ, この図の場合には両端近くの顧客はこうしなくなる. 購入費用が効用を上回るからである.  $p_A$  と  $p_B$  が  $\bar{p}$  を超えると, 購入する顧客はさらに減少するし, どの企業も自らの顧客をライバルから囲いこめるようになる. すなわち, どの企業の需要もライバルの多少の価格変化によっては影響されない. したがって, この領域をこの図では独占的供給領域と呼ぶ.

図中, 太い実線で示される曲線は左右の両縦軸がそれぞれ  $p_A$  と  $p_B$  を表すとして,  $p_B$  を所与とするときの  $p_A$  と  $k$  の関係を表すのが (1) 式であり,  $p_A$  を所与とするときの  $p_B$  と  $k$  を表すのが (2) 式である. (20) と (21) は, ともに1次近似を行う前の形に対応しており, それぞれライバルの価格を含まない.

### Ⅲ-2 部分供給領域における一般的な分析フレームワークと Hotelling [1929] 均衡

第1段階のゲームは立地競争であり, 第2ゲームは価格競争である. 本小節では, 推測的変動を明示化して, 第2段階ゲームの価格競争を構築する. しかしながら, 第1段階の立地競争はライバルの選択を一定とするナッシュ行動を仮定する. ただし, Hotelling [1929] は両段階ゲームともにナッシュ行動を仮定する. 以下では, 部分供給領域では Hotelling [1929] 均衡が存在しないことを示す. II と同様に,  $h_i$  で価格についての企業  $i$  の推測的変動を示す. ナッシュ行動のもとでは推測的変動は常にゼロである. 第2段階のゲームの均衡概念がどう

あれ、第1段階のゲームはナッシュ行動を仮定する。

もし内部解が存在するとして、価格についての利潤最大化条件は、

$$(25) \quad \frac{d\pi_A}{dp_A} = \frac{1}{2(b-a)} \left\{ (h_A - 2z)p_A + p_B + z^2 - 1 \right\} = 0,$$

$$(26) \quad \frac{d\pi_B}{dp_B} = \frac{1}{2(b-a)} \left\{ (h_B - 2z)p_B + p_A + z^2 - 1 \right\} = 0,$$

これら2つの条件を  $p_A$  と  $p_B$  について解き、それら解を右肩に添え字で\*を付けて表わすと、

$$(27) \quad p_A^* = \frac{(b-a)^2(2z-h_B+1)}{(2z-h_A)(2z+h_B)-1}, \quad p_B^* = \frac{(b-a)^2(2z-h_A+1)}{(2z-h_A)(2z+h_B)-1}$$

(27) で示される均衡価格が成立するとして、第1段階目のゲームに移ろう。第1段階目の立地ゲームの最適化条件は企業Aについては(8)で、企業Bでは(9)で判断される。第2段階目のゲームに内部解が成立する限り、(8)は次の(8)'で表わされることになる。(9)についても第2段階目のゲームに内部解が存在すれば、(9)の第1項はゼロに等しくなる。

$$(8)' \quad \frac{d\pi_A}{da} = \frac{\partial\pi_A}{\partial p_B} \frac{\partial p_B}{\partial a} \Big|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*} + \frac{\partial\pi_A}{\partial a} \Big|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*}$$

(8)' で、

$$(28) \quad \begin{aligned} \frac{\partial\pi_A}{\partial p_B} \Big|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*} &= h_B D_A + p_A \frac{\{(1-h_B) - h_B(z-1)\}}{2(z-1)} \\ &= h_B \frac{\{p_B^* - zp_A^* - (z-1)(z+1)\}}{2(z-1)} + p_A^* \frac{\{1 - h_B z\}}{2(z-1)} \end{aligned}$$

$$(29) \quad \begin{aligned} \frac{\partial p_B}{\partial a} \Big|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*} &= \frac{\{-2(z-1)(z+1) - 2(2z-h_A+1)\} \{(2z-h_A)(2z+h_B)-1\}}{\{(2z-h_A)(2z+h_B)-1\}^2} + \\ &\quad \frac{(z-1)(z+1)(2z-h_A+1) - 2(2z-h_B) - 2(2z-h_A)}{\{(2z-h_A)(2z+h_B)-1\}^2} \end{aligned}$$

$$(30) \quad \frac{\partial\pi_A}{\partial p_B} \Big|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*} = \frac{p_A^* - p_B^* - (z-1)^2}{2(z-1)^2}.$$

企業Bについても同様に、(9)を計算する。

Hotelling [1929] では、 $h_A = h_B = 0$  より、部分供給領域における Hotelling [1929] の均衡価格は次の(31)になる。

$$(31) \quad p_A^* = p_B^* = \frac{(b-a)^2}{(2z-1)},$$

さらに、第1ゲームでの企業Aの最適条件(28)、(29)、(30)にも  $h_A = h_B = 0$  を代入し、価格(31)を考慮すると、Hotelling [1929] では、(28)は次の(28H)となる。

$$(28H) \quad \frac{\partial\pi_A}{\partial p_B} \Big|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*} = p_A \frac{1}{2(z-1)} = \frac{(b-a)^2}{(2z-1)} \left\{ \frac{1}{2(z-1)} \right\} > 0.$$

(29) は次の (29H) となる.

$$(29H) \quad \frac{\partial p_B}{\partial a} \Big|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*} = \frac{-2z(z+1)}{(2z-1)(2z+1)} < 0.$$

(30) は次の (30H) となる.

$$(30H) \quad \frac{\partial \pi_A}{\partial a} \Big|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*} = \frac{-1}{2} < 0.$$

これより Hotelling [1929] の場合, (8)' は負となる. すなわち,

$$(8)' \quad \frac{d\pi_A}{da} = \frac{\partial \pi_A}{\partial p_B} \frac{\partial p_B}{\partial a} \Big|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*} + \frac{\partial \pi_A}{\partial a} \Big|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*} < 0.$$

かくして部分供給のケースでも, 第1段階を価格についてのナッシュ行動とすると, 企業 A は最も左端に立地することとなる. 同様に, 企業 B は右端に立地する. しかし (8)' から明らかのように, 所与の両端に位置した企業は価格を低下させて, 端をさらに先に伸ばすことによって利潤をさらに増やすことができる. やがて両企業は, 企業 A が 0 に, 企業 B が 1 に立地することになる. こうして, 部分供給領域では, Hotelling [1929] は成立しない.

### Ⅲ-3 部分供給領域におけるクールノー均衡と整合的推測的変動均衡

本小節ではまず部分供給領域におけるクールノー均衡について議論する. ついで, 整合的推測的変動均衡を議論する. ここでは, 両均衡の存在は確認できなかったが, 存在しないとも言えなかった. 議論は近似的なフレームワークに基づき, 結論ともども, 不完全であることを断っておきたい. クールノーの場合, どの企業もその数量を変化させても, ライバルは数量を変化させないと仮定している. したがって, 需要曲線 (22) と (23) を使って,

$$(32) \quad dD_A \approx \frac{dp_B - dp_{AZ}}{2(b-a)},$$

$$(33) \quad dD_B \approx \frac{-dp_{BZ} + dp_A}{2(b-a)}$$

すでに (24) で示したように,  $z \equiv b-a+1$ , である.

したがって企業 A が数量を変化させても, 企業 B は数量を変化させないし, 逆もまた成

立するから, 企業 A が数量を変化させるときには, (33) から,  $dD_B \approx \frac{-dp_{BZ} + dp_A}{2(b-a)} = 0$ , と

なる. すなわち,

$$-dp_{BZ} + dp_A = 0,$$

$$\text{これより, } h_A = \frac{dp_B}{dp_A} = \frac{1}{z}$$

企業 B が数量を変化させるときには, (32) から,

$$dp_B - dp_{AZ} = 0$$

$$\text{これより, } h_B = \frac{dp_A}{dp_B} = \frac{1}{z}$$

もし価格についての利潤最大化条件に内部部解が存在すれば,  $h_A = h_B = \frac{1}{z}$  を代入すると, 均衡価格 (27) は次の (27)' となる.

$$(27)' \quad p_A^* = p_B^* = \frac{z(z-1)^2(2z^2-1+z)}{(2z^2-1)(2z^2+1)-z^2},$$

次に, 立地競争を考えよう. 立地の最適条件は (8)', あるいは (28) と (29) 及び (30) で示される. (28) と (29) 及び (30) に,  $h_A = h_B = \frac{1}{z}$  を代入すると, 次の (28C), (29C), (30C) となる.

$$(28C) \quad \left. \frac{\partial \pi_A}{\partial p_B} \right|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*} = \frac{-\{p_B^* + (z+1)\}}{2z} = \frac{-z(z-1)^2(2z^2-1+z) + (z+1)\{(2z^2-1)-z^2\}}{2z\{(2z^2-1)(2z^2+1)-z^2\}}$$

$$(29C) \quad \left. \frac{\partial p_B}{\partial a} \right|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*} = \frac{-2z\{z^3+2z^2-1\}}{(2z^2-1)(2z^2+1)-z^2} = \frac{4z^2(z-1)(z+1)(2z^2-1+z)(2z^2-1)}{\{(2z^2-1)(2z^2+1)-z^2\}^2}$$

$$(30C) \quad \left. \frac{\partial \pi_A}{\partial a} \right|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*} = -\frac{1}{2}$$

(28C) と (29C) を掛け合わせ, (30C) を加えると最適条件 (8)' となる. この場合, (8)' の符号を見出すことは相当に厄介である. そこで,  $z=1$ , すなわち,  $a=b=\frac{1}{2}$ , で符号を判定してみる.  $z=1$  は  $z$  の最小値である.

$$(28C) \quad \left. \frac{\partial \pi_A}{\partial p_B} \right|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*} = -1$$

$$(29C) \quad \left. \frac{\partial p_B}{\partial a} \right|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*} = -2$$

したがって, 企業 A についていえば,

$$(8)' = \frac{3}{2} > 0.$$

それでは,  $z$  の上限値ではどうだろうか.  $z$  の上限値では,  $z=2$  である.

$$(8)' = -0.35 < 0$$

企業 B については (8)' に対応する式 (9) 符号は (8)' とは逆となった. かくして, 最適

立地は、 $a=b=\frac{1}{2}$ 、あるいは  $a$ =左端、 $b$ =右端のいずれかではないかと考えられる。ただ

しこのケースでは、 $a=b=\frac{1}{2}$ でクールノー均衡価格はゼロになってしまうから、最適立地はどの企業も両端ではないかと思われ。Ⅲ-2で述べたように、両端立地のケースでは結局、 $a=0$ 、 $b=1$ に行きつき、全部供給均衡領域での議論になってしまう。既に示したように、全部供給均衡領域でのクールノー均衡は存在しない。

こうした結論はここでの仮定、すなわち  $u=1$ 、及び  $\sqrt{u-p_i}$  の1次近似の結果かもしれない。  $z=1$ 、すなわちクールノーの場合には、両企業が直面する需要は全部供給のケースと一致してしまう。(22)と(23)から明らかであるが、このとき、 $D_A$ と $D_B$ は全部供給の場合の需要(1)と(2)に等しくなってしまう。これは1次近似から生じる問題である。そうだとすれば、 $a=b=\frac{1}{2}$ でのクールノー均衡の存在を完全に否定することはできない。

さらに、全部供給領域で  $\frac{\partial \pi_A}{\partial p_B} \Big|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*}$  は負となったが、部分供給領域では正となったことに注目したい。

こうした結論は、これか述べる整合的推測的変動についても同様に成立する。第2段階ゲームで内部解が存在する場合の最適条件(26)を  $p_A$  で微分し、 $h_A = \frac{dp_B}{dp_A}$  とおくと、

$$(h_B - 2z)h_A + 1 = 0 \text{ が得られる。同様に、(25)を } p_B \text{ で微分し、} h_B = \frac{dp_A}{dp_B} \text{ とおくと、} (h_A - 2z)h_B$$

$+1=0$  が得られる。これら2本の方程式を満たす  $h_A$  と  $h_B$  が整合的推測的変動である。両式を満たす  $h_A$  と  $h_B$  が同一となるのは式の構造から明らかであるから、 $h \equiv h_A = h_B$  とおこう。したがって、先の推測的変動を示す2本の方程式は次の同じ1本の方程式に行きつくことになる。

$$(h - 2z)h + 1 = 0$$

これを解くと、

$$(34) \quad h = z \pm \sqrt{z^2 - 1}$$

竹中、小林 [2020] によれば<sup>5)</sup>、線形需要曲線の下で得られる整合的推測的変動は一つの企業について2つ成立する。しかし、そのうち意味のある値は大きい方である。意味があるというのは、利潤が非負となることである。もしこの場合もそれが当てはまるならば、 $h = z + \sqrt{z^2 - 1}$ 、となる。ただし、この場合には費用は常にゼロを仮定しており、かつ(27)より(34)の右辺第2項が正、負いずれの場合も、価格  $p_A^*$ 、 $p_B^*$  は正となる。

5) 竹中、小林 [2020] 第5章を参照

ただし、 $a=b=\frac{1}{2}$  の場合には整合的推測的変動は1つのみとなり、しかも前述のクール

ノーのケースと同様の議論が成立する。 $a=b=\frac{1}{2}$  の場合、整合的推測的変動の値は1となる。したがってクールノー行動の結果と整合的推測的変動行動の結果が一致する。そのときの  $\frac{d\pi_A}{da}$  ((8)) は正に、そして  $\frac{d\pi_A}{da}$  ((9)) は負となる。

それでは整合的推測的変動の結果は本当にクールノーの結果に等しいのであろうか。いまのところそうであるとも、そうでないとも判定はできない。それはやはり、ここでの仮定、すなわち  $u=1$ 、及び  $\sqrt{u-p_i}$  の1次近似の結果かもしれないという疑念は残るからである。ただ注意を要するのは、需要曲線が非線形となるときには、整合的となる推測的変動の値は複数個存在する。ここでも、 $z \neq 1$  で (34) は一見すると複数個成立するように見えるが、他方の値は意味がないかもしれない。この点については、竹中、小林 [2020] (第4章) に詳しい。「整合的となる推測的変動の値は複数個存在する」というのは「意味のある値が複数」と言う意味である。本稿で、 $z \neq 1$  のケースで果たして、(34) の±のどちらが意味があるかはいまだ確かめられていない。

## おわりに

本稿で明らかになったのは、Hotelling [1929] にしたがえば、全部供給のケースでは Hotelling [1929] の均衡（ベルトランタイプの均衡）はクールノー均衡でもあり、しかもこの均衡しか存在しないということである。全部供給のケースは全体の需要量が価格に関係なく、一定であり、こうした結論はこうした理論構造から生じたものである。

もし他の均衡概念を探そうとするならば、部分供給領域で探さざるを得ない。Hotelling [1929] は見た目のシンプルさとは異なり、展開はベルトラン行動の場合を除けば非常に複雑である。それは、各顧客がせいぜい1単位しか買わないことが逆に複雑さを作っているであろうか？しかし、Kohlberg and Novshek [1982] で容易に想像できるように、もし各顧客が右下がりの需要曲線を持つならば、均衡の成立要件はさらに狭まりそうである。前節の終わりで述べたように、ここでの1次近似の仮定に大いに問題があったことは事実である。

それでもクールノー均衡で、 $\frac{\partial \pi_A}{\partial p_B} \Big|_{p_A=p_A^*, p_B=p_B^*}$  は全部供給領域では負となったが、部分供給領域では正となったことは注目できる。他の均衡概念の存在領域は、もしあるとしたら部分供給領域だということを示しているのかもしれない。

Hotelling [2020] の厄介さは実に各企業の供給領域を細かく区分けしていかなければならないという点にある。領域の区分けは、利潤関数がなめらかではないことを意味している。利潤関数がなめらかではないことは需要曲線がなめらかではないからである。しかも需要曲



線は、ライバルの供給領域がどうであるかにかかってくる。本稿は、全部供給領域と部分供給領域の2分割を考えたが、これは暗黙の裡に、2企業が左右対称に立地していることを仮定したに等しい。

いずれにせよ、本稿に何らかの意義があるとするれば、クールノー均衡や整合的推測的変動均衡を完全に否定できないことを示したことにある。存在するとするれば、それは部分供給領域であることは間違いない。

## 文 献

Hotelling H. "Stability in competition". *Economic Journal* 39: 1929. 41-57.

Kohlberg, E. and Novshek\*, W. "Equilibrium in a simple price-location model". *Economics Letters*: vol.9 issue1, 1982, 7-15.

Schulz N. and Stahl K. "On the non-existence of oligopolistic equilibria in differentiated products spaces". *Regional Science and Urban Economics*: vol.15 issue2, 1985, 229-243.

Tirole, J., *The Theory of Industrial Organization*. 1988. pp.279-287, 296-298. The MIT Press Cambridge, Mass.

竹中康治, 小林信治, 『寡占と推測的変動』, 慶應義塾大学出版会, 2020.