

ヒストリカル・ボラティリティとインプライド・ボラティリティの予測精度に関する検証

三井秀俊^{*)}
竹内明香^{†)}

I はじめに

本論文では、日経 225 オプション・データの情報から計算されるインプライド・ボラティリティ (Implied Volatility; 以下, IV)¹⁾ と、日経 225 株価指数 (日経平均株価) から計算されるヒストリカル・ボラティリティ (Historical Volatility; 以下, HV) では、ボラティリティを予測する場合どちらの予測精度が高いのかについて検証を行った。原資産である日経 225 株価指数のデータから計算される HV よりも、オプション価格から Black/Scholes[1973]モデルを用いて逆算される IV の方が、将来に対する投資家の期待はより反映されると考えられる。

これまでの実証研究では、Beckers[1981]、Guo[1997]は IV が将来のボラティリティを予測するのに有意であるということを示している。Beckers[1981]は、1975年10月13日から1976年1月23日までのCBOE (Chicago Board Options Exchange) のオプション価格を用いて、Guo[1997]は、1991年1月から1993年3月までのドル/円・通貨オプションのデータを用いて分析を行っている。また、Canina/Figlewski[1993]は、OEX (S&P100) オプションについては、IV と将来のボラティリティの間には有意な関係は無いということを示している。Latane/Rendleman[1976]、Chiras/Manaster[1997]では、HV よりも IV がボラティリティを予測するためには、より精度が良いということが示されている。Latane/Rendleman[1976]は、1973年10月5日から1974年6月28日までの期間で、CBOE で取引されている24社のオプション週次データを用いて、Chiras/Manaster[1997]は、1973年6月から1975年4月までのCBOE で取引されているオプションの月次データを用いて分析を行っている。

日本のオプション市場については、Watanabe/Oga[1997]によると、1992年6月12日から1996年3月15日までの日経 225 オプション価格の日次データを用いて、IV がボラティリティを予測するのに正のバイアス (bias) はあるが有意であるということが示されている²⁾。Day/Lewis[1992]、Lamoureux/Lastrapes[1993]では、ARCH (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) 型モデルのボラティリティの説明変数に IV を加えて推定を行っている。Day/Lewis[1992]は、1983年11月から1989年12月までのアメリカの S&P100 のコールオプション価格の週次データを用い、Lamoureux/Lastrapes[1993]は、1982年4月19日から1984年3月31日までのCBOE で取引されてい

*) 日本大学 経済学部 専任講師, E-mail: mitsui@eco.nihon-u.ac.jp.

†) 一橋大学大学院 経済学研究科 博士課程, E-mail: ed031005@srv.cc.hit-u.ac.jp.

1) 日経 225 オプション市場における IV の検証については金[1996]、村瀬[1997]参照。

2) 日本の先物市場やオプション市場についての実証研究としては、岩田編[1997]、一橋大学大学院商学研究科編[2002]参照。

る10社の株式コール・オプションの日次データから算出されたIVを用いて分析を行ない、両者ともIVは有意であるという結論を得ている³⁾。

1994年2月14日を境に、オプション市場が規制強化期から規制緩和期へと移行した。これによって、両ボラティリティの予測精度にどのような変化が生じたかということについても検証を行った。渡部[1999]は、日経225先物について1994年2月14日を境とする前後3年の計6年間のデータを使って分析をしている。そこでは、規制強化期と規制緩和期とでは日経225現物・先物ともに、価格変動に構造変化が生じていないことを示している。樋口[1996]、Watanabe[2001]によれば、日経225先物市場において、規制強化期には日経225先物価格の変化率と絶対値、そしてその取引高の間に有意な相関があるとはみられないのに対し、規制緩和期では有意な正の相関が観測されることが示されている。本論文では、規制強化期と規制緩和期の2期間を比較し、どのように両ボラティリティの予測精度に変化が生じたかに注目した。

本論文の以下の構成は次の通りである。第II章では、オプション制度の改革について説明し、規制強化と規制緩和の意義を説明する。第III章では、(1)IV、HVと将来のボラティリティの定義を行い、(2)単位根検定について説明する。第IV章では、(1)各ボラティリティについて基本統計量を算出し、(2)ボラティリティの予測精度についての推定結果を述べる。また、推定結果から構造変化の検定を行う。最後の第V章では、今回の分析の結論と今後の課題について述べる。

II オプション制度の改革

日経225オプション取引市場に対する規制措置の変更は、表1のように行われてきた⁴⁾。表1によると、オプション取引市場において、1994年2月14日より以前を規制強化期、それ以降を規制緩和期とわけることができる。オプション取引では、買い手の支払い能力は特に問題にされないが、売り手に対しては将来発生する可能性のある債務の弁済債務を担保するために、証拠金を差し入れることが義務づけられている。売方顧客が会員証券会社等に差し入れる委託証拠金と、売り方の会員証券会社等が取引所に差し入れる取引証拠金という2種類がある。したがって、この2つはその割合が高いほど、規制が強化されることとなる。1994年2月14日を境に、それ以前は委託証拠金と取引証拠金の割合は増えており、規制が強化されている。それ以降は割合が減少しているため、規制が緩和されていることが分かる(表1*印参照)⁵⁾。

更新値幅とは、需給が一致しない場合にオプションの価格が更新される時の値幅であり、更新時間とは、この価格の更新がどの位の間隔でなされるかという時間を表す。1994年2月14日以前では、更新値幅は減少し、更新時間は長くなっている。更新値幅が減少したということは、オプションの価格の変動が制限されたということであり、更新時間が長いということは、価格がすぐには変更されないということを表す。したがって、この2つも1994年2月14日以前までは規制の強化を行なっているといえ

3) 各ボラティリティのオプション価格予測についてHauser/Liu[1992]では、Black/Scholes[1973]モデルに各々のボラティリティを代入してオプション価格を予測したとき、IVを代入したモデルの方が優れていることを示している。

4) 日本のオプション市場に関して、詳しくは日本銀行金融市場研究会編著[1995]参照。

5) 1992年2月14日に導入されたサーキット・ブレーカー制は、現物及び先物・オプション市場の急激な価格変動が相互に過度の影響を与えないように導入されたものであり、オプション価格が基準価格ごとに定められる変動幅を超えて上昇(または下落)している場合で、かつ、理論価格を一定の剥離幅を超えて上回っている(または下回っている)場合に対応する限月のオプション取引を15分間中断するというものである。これは他のものとは異なり、規制強化と考えられる。

る。1994年2月14日以前の規制強化期においては、委託証拠金・取引証拠金・更新値幅・更新時間は、各々規制強化の方向へ動いていた。しかし、それ以降の規制緩和期では、委託証拠金、取引証拠金において、市場は規制緩和の方向へと向かっている。本論文では、この規制強化期と規制緩和期の2期間に分割して分析を行った。

表 1 オプション取引市場に対する規制緩和

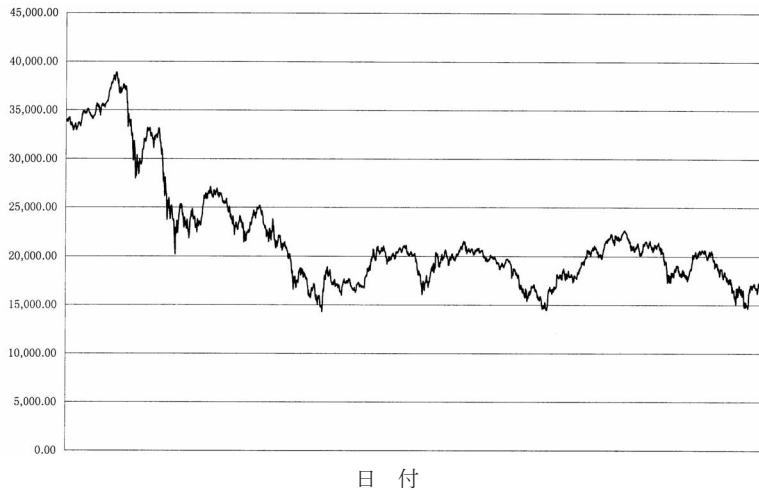
| | 委託証拠金 | 取引証拠金 | その他 |
|------------------|-------|-------|---|
| 上場当初 | 9% | 6% | 更新値幅 90 円 更新時間 3 分 |
| 1990 年 8 月 24 日 | 15% | 10% | 更新値幅 90 円 更新時間 6 分 |
| 1990 年 10 月 2 日 | | | 午前立会 11 時 午後立会 3 時 10 分 |
| 1991 年 1 月 31 日 | 20% | 15% | |
| 1991 年 6 月 27 日 | 25% | 20% | |
| 1991 年 12 月 18 日 | 30% | 25% | 更新値幅 (3 時以降) 30 円 大引値幅 30 円 |
| 1992 年 2 月 6 日 | | | 手口建玉情報の公開 午後立会 3 時 権利行使ヨーロッパ型に変更 SQ 採用 6 月取引から実施 |
| 1992 年 3 月 13 日 | | | 取引手口の公表内容の変更 取引高 (売買合計) の上位 20 会員 → 売買別に各 20 会員 |
| 1992 年 3 月 23 日 | | | 委託手数料・定率会費・定率負担金を 現行の 2 倍に引き上げ |
| 1992 年 6 月 19 日 | | | 取引手口・建玉残高公表銘柄数の拡大 |
| 1994 年 2 月 14 日 | 25% | 20% | サーキット・ブレーカー制導入* |
| 1994 年 8 月 15 日 | 20% | 15% | |
| 1995 年 2 月 13 日 | 15% | 10% | |

III 株価指数とボラティリティ

(1) HV, IV と将来のボラティリティの算出

日経 225 株価指数の終値から収益率を算出し、2つのボラティリティと日経平均 225 株価指数の収益率の標準偏差を計算した。使用したデータは、1989年5月15日から1998年4月9日までの日経 225 株価指数の終値であり、算出したボラティリティの期間は1989年6月12日から1998年3月31日までである。図 1 は、日経 225 株価指数終値を図示したものである。

図 1 日経 225 株価指数終値 (1989/5/15-1998/4/9)



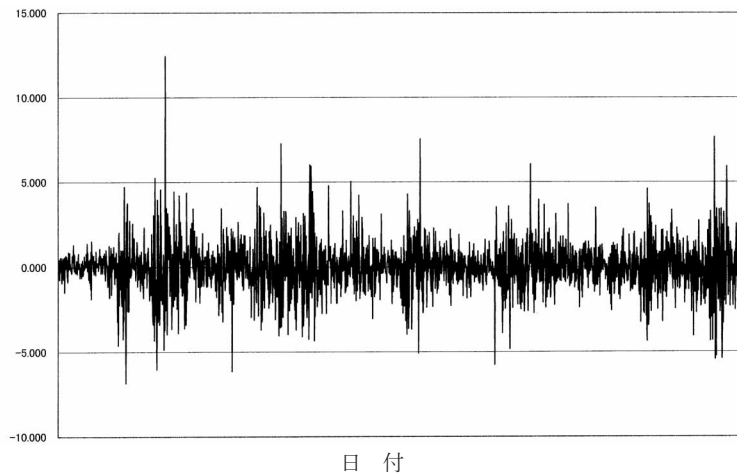
過去の株価データから計算されるボラティティを HV という。本論文では、過去 N 日分の日経 225 株価指数のデータを使い、 t 期の HV を下記のように計算した⁶⁾。ここでは、 $N=20$ とした。

$$HV = \sqrt{\frac{250}{N-1} \sum_{t=1}^N (R_t - \bar{R})^2} \quad (3.1)$$

$$R_t = \ln S_t - \ln S_{t-1}$$

R_t は t 期の日経 225 株価指数 S_t とその前日である $t-1$ 期の日経 225 株価指数 S_{t-1} から計算される対数収益率であり、 \bar{R} は R_t の平均を表す。図 2 は、日経 225 株価指数日次収益率 R_t を図示したものである。また、収益率 R_t の基本統計量は表 2 に示す。

図 2 日経 225 株価指数日次収益率 (%) (1989/5/16-1998/4/9)



6) この他に、日経平均ヒストリカル・ボラティリティ $HV = \{\sum R_t^2 / N\} \times (\text{年間の取引日数})$ があるが、厳密に条件付き分散を示していないので本論文では用いなかった。

表 2 日経 225 株価指数日次収益率の基本統計量

標本期間：1989/5/16－1998/4/9

| | |
|------|---------|
| 平均 | -0.0003 |
| 標準偏差 | 0.015 |
| 最小値 | -0.068 |
| 最大値 | 0.124 |
| 尖度 | 7.629 |
| 歪度 | 0.356 |

Black/Scholes[1973]モデルを利用してオプション価格から逆算されるボラティリティをインプライドボラティリティと呼ぶ。Black/Scholes[1973]のオプション価格決定式が成立していると仮定すると、前日のオプション価格からオプション取引者が予測しているオプション満期までの原資産のボラティリティを逆算することができる。Black/Scholes[1973]のオプション価格決定式は、

$$C_t = S_t N(d_1) - K e^{-r\tau} N(d_2), \quad (3.2)$$

$$P_t = -S_t N(-d_1) + K e^{-r\tau} N(-d_2) \quad (3.3)$$

$$d_1 = \frac{\ln(S_t/K) + (\gamma + \sigma^2/2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{\tau}$$

である。ここで、 C_t はコール・オプション価格、 P_t はプット・オプション価格、 $N(\cdot)$ は標準正規分布の分布関数、 S_t は原資産価格、 K は権利行使価格、 τ は満期までの期間(年表示)、 σ はIV(小数点表示)、 r は非危険利子率(連続複利方式、年率、小数点表示)を表す。 σ 以外の変数に実際の数値を代入して、ニュートン・ラフソン(Newton-Raphson)法⁷⁾を用いて、 t 期の σ の近似解を導出した。非危険利子率としては、CD(negotiable certificate of deposit)⁸⁾気配1ヵ月ものを使用した。3つ目の日経225株価指数の収益率の標準偏差は、その日に使用したオプションの満期までのデータを使って計算した。算出式はHVの(3.1)式と同様のものであり、 N は各々のオプションの満期までの期間の長さとした。本論文では、これを将来のボラティリティとして扱っている。

オプション価格は、その月に最も近い限月のオプションを使用した。ただし、満期までの期間が短くなりすぎないように、限月に入った時は、2番目に近い限月のオプション価格を使用した。また、その日の日経平均225株価指数に最も近いnear-the-money⁹⁾のオプションを選んだ。図3、図4は前期と後期のHVを、図5、図6は前期と後期のIVを、図7、図8は前期と後期の将来のボラティリティを図示したものである。

7) その他のIVを求める方法として、詳しくはBates[1996]参照。

8) 譲渡性預金証書。日本最初の自由金利預金商品を流通させる市場として1979年よりはじまった。CDの法的性格は預金であるため、その発行者は銀行など預金を受け入れる金融機関に限られる。預金者は、金融機関及びその関連会社、証券会社、短資会社を中心とする。期間が1～3ヵ月のものが最も多く発行されている。(http://www.nomura.co.jp/terms/)

9) オプション市場での実証研究を行う場合には、原資産価格 S と権利行使価格 K の乖離の程度(マネネス)により数種類のカテゴリーに分類して分析を行う。コール・オプションでは、原資産価格 S と権利行使価格 K とを比較して、 $S/K=1$ ならばat-the-money、 $S/K>1$ ならばin-the-money、 $S/K<1$ ならばout-of-the-moneyと呼ぶ。プット・オプションでは、各々 K/S となる。現実には、at-the-moneyになる場合は殆どなく、at-the-money付近をnear-the-moneyと呼ぶ。

図3 前期のヒストリカル・ボラティリティ (1989/6/12-1994/2/13)

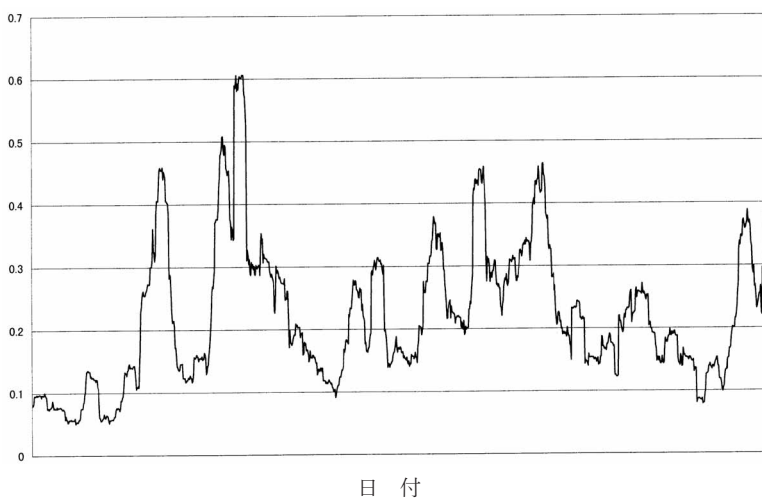


図4 後期のヒストリカル・ボラティリティ (1994/2/14-1998/3/31)

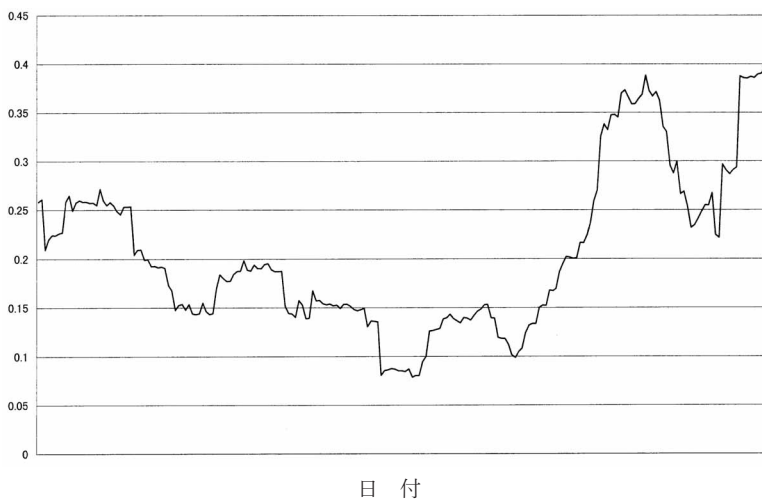


図 5 前期のインプライド・ボラティリティ (1989/6/12-1994/2/13)

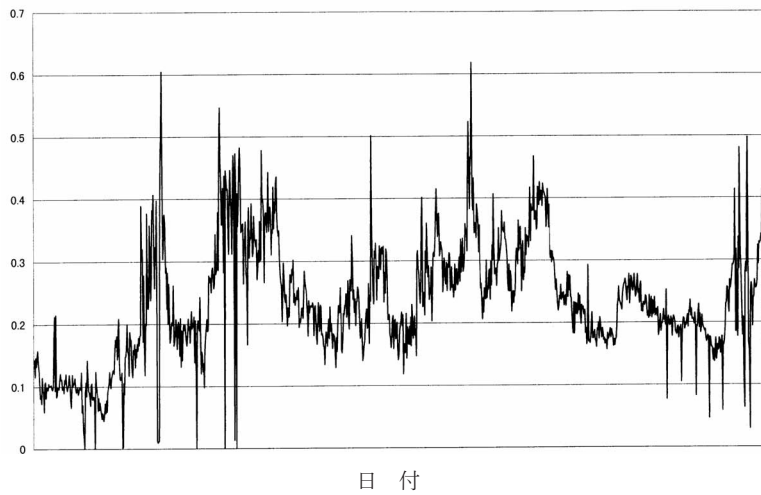


図 6 後期のインプライド・ボラティリティ (1994/2/14-1998/3/31)

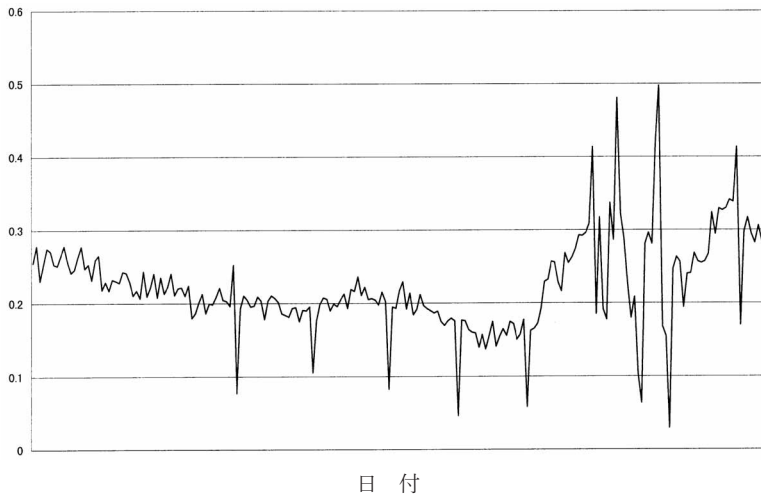


図7 将来のボラティリティ (1989/7/13-1994/3/10)

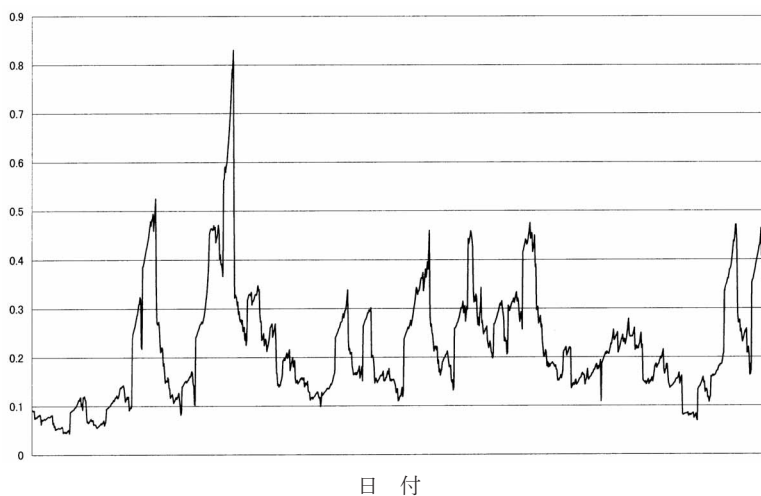
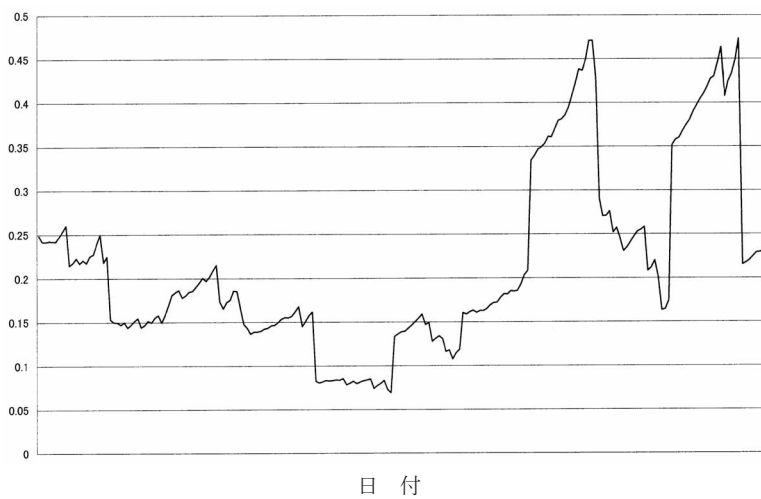


図8 将来のボラティリティ (1994/3/10-1998/4/9)



(2) 単位根の検定 (ADF 検定)

将来のボラティリティ, HV, IV の図から, 各々のボラティリティが定常ではない可能性が考えられる. 特に, 将来のボラティリティと HV は t 期と $t-1$ 期のボラティリティ導出のために使用した収益率がほとんど重なるため, 各々のボラティリティが定常ではない可能性がある. そこで将来のボラティリティ, HV, IV の3つのデータが定常であるかどうかの検定を行った. ここでは単位根検定 (Unit root test) の1つである ADF (Augmented Dickey-Fuller) 検定を行っている. 山本[1988]¹⁰⁾より, 以下の式の推定を行う.

$$\Delta\sigma_t = a + b\sigma_{t-1} + \sum_{i=1}^p \gamma_i \Delta\sigma_{t-i} \tag{3.4}$$

(3.4) 式の次数を決定するために, 各々のデータごとに1次から12次までの AR モデル (Autoregressive Model) を最小二乗法によって求め, AR (p) モデルの残差標本分散を $\hat{\sigma}^2$ とし, 情報量基準として AIC (Akaike's Information Criterion) と SIC (Schwart's Information Criterion) の両方を求めた.

$$AIC = \ln\hat{\sigma}^2 + \frac{2(p+2)}{T} \tag{3.5}$$

$$SIC = \ln\hat{\sigma}^2 + \frac{(p+2)\ln T}{T} \tag{3.6}$$

ここで, T は標本数である. これら結果は, AIC については表3, SIC については表4に纏められている. AIC と SIC の結果が一致していないときは, 標本数が十分大きいので一致性を満たす SIC の結果を用いて計算することとした. これらの結果より, 将来のボラティリティは AR (1), HV は AR (5), IV は AR (10) を採択することにした.

表3 AR (1) から AR (12) までの AIC

標本期間: 1989/7/13-1998/4/9, 1989/6/12-1998/3/31

$$AIC = \ln\hat{\sigma}^2 + \frac{2(p+2)}{T}$$

| | 将来の ボラティリティ | ヒストリカル・ ボラティリティ | インプライド ボラティリティ |
|---------|----------------|--------------------|-------------------|
| AR (1) | -7.5714 | -8.2559 | -5.9053 |
| AR (2) | -7.5701 | -8.2577 | -5.9190 |
| AR (3) | -7.5688 | -8.2590 | -5.9191 |
| AR (4) | -7.5674 | -8.2617 | -5.9274 |
| AR (5) | -7.5677 | -8.2691 | -5.9319 |
| AR (6) | -7.5663 | -8.2684 | -5.9428 |
| AR (7) | -7.5650 | -8.2670 | -5.9496 |
| AR (8) | -7.5636 | -8.2659 | -5.9533 |
| AR (9) | -7.5631 | -8.2671 | -5.9585 |
| AR (10) | -7.5617 | -8.2668 | -5.9613 |
| AR (11) | -7.5604 | -8.2658 | -5.9611 |
| AR (12) | -7.5592 | -8.2646 | -5.9649 |

10) この他に, ファイナンスの実証研究で用いられる計量分析の手法については, 小暮[1996], Campbell/Lo/Mackinlay.

表4 AR(1) から AR(12) までの SIC

標本期間：1989/7/13-1998/4/9, 1989/6/12-1998/3/31

$$SIC = \ln \hat{\sigma}^2 + \frac{(p+2) \ln T}{T}$$

| | 将来の ボラティリティ | ヒストリカル・ ボラティリティ | インプライド ボラティリティ |
|---------|----------------|--------------------|-------------------|
| AR (1) | -7.5688 | -8.2533 | -5.9027 |
| AR (2) | -7.5648 | -8.2524 | -5.9137 |
| AR (3) | -7.5609 | -8.2511 | -5.9112 |
| AR (4) | -7.5569 | -8.2511 | -5.9169 |
| AR (5) | -7.5544 | -8.2558 | -5.9186 |
| AR (6) | -7.5504 | -8.2525 | -5.9269 |
| AR (7) | -7.5464 | -8.2485 | -5.9311 |
| AR (8) | -7.5424 | -8.2447 | -5.9321 |
| AR (9) | -7.5393 | -8.2433 | -5.9346 |
| AR (10) | -7.5352 | -8.2403 | -5.9347 |
| AR (11) | -7.5312 | -8.2366 | -5.9319 |
| AR (12) | -7.5274 | -8.2328 | -5.9331 |

ADF 検定の帰無仮説 (null hypothesis) H_0 , 対立仮説 (alternative hypothesis) H_1 は次のように設定される。

$$H_0: a=0, b=0$$

$$H_1: a \neq 0, b \neq 0$$

H_0 は、単位根の存在が認められる場合である。(3.4) 式を推定した際の H_0 の下での残差平方和 (Sum of Squared Residuals) を SSE_R , 制約のない場合の残差平方和を SSE_U , 標本数を n , 制約式の数 k とする。 F 値は表4のような結果となった。この時、検定統計量の F 値は通常 F 分布には従わず Dickey/Fuller (1981) の分布に従う。

$$F(k, n-p-1) = \frac{(SSE_R - SSE_U)/k}{SSE_U/(n-p-1)} \quad (3.7)$$

表5より、将来のボラティリティ、HVにおいて、5%有意水準で帰無仮説が棄却された。IVは5%有意水準で帰無仮説が棄却されなかった。IVには単位根の存在が棄却されなかった。しかし、本論文の回帰分析において、IVは説明変数である。説明変数は確率変数ではなく、観測値であると考えられるので、本論文ではIVの階差をとらずに分析を続けることにする。

[1997], Gourieroux/Jasiak[2001]参照。また、特にファイナンスの時系列分析に焦点を当てた文献としては、Hamilton.[1994], 渡部[2000], 小暮・照井[2001], 養谷[2001], Tsay[2002]参照。

表 5 各ボラティリティの F 値

標本期間：1989/7/13-1998/4/9, 1989/6/12-1998/3/31

$$F(k, n-p-1) = \frac{(SSE_R - SSE_U)/k}{SSE_U/(n-p-1)}$$

| | 将来の ボラティリティ | ヒストリカル・ ボラティリティ | インプライド・ ボラティリティ |
|-----|----------------|--------------------|--------------------|
| F 値 | 15.337 | 15.129 | 0.7565 |

IV 予測精度と構造変化の検定

(1) ボラティリティの基本統計量

将来のボラティリティ, HV, IV, 各々の基本統計量は表 6, 表 7, 表 8 に纏められている。各ボラティリティの標準偏差は前期より後期の方が小さくなっている。平均は将来のボラティリティと IV で前期より後期の方が小さくなっている。HV では後期の平均よりも前期の平均が大きくなっている。尖度(kurtosis) はすべての場合において 3 を上回る値が得られている。さらに、将来のボラティリティは前期の尖度よりも後期の尖度の方が小さい。反対に HV と IV では後期の尖度よりも前期の尖度の方が大きくなっている。また、歪度(skewness) についても全ての値が正の値をとっており、将来のボラティリティでは前期の歪度が後期の歪度よりも大きい。反対に HV と IV では、後期の歪度の方が前期の歪度よりも大きくなっていることが分かる。

表 6 将来のボラティリティの基本統計量

標本期間：1989/7/13-1998/4/9

| | 全期間 | 前期 | 後期 |
|------|-------|-------|-------|
| 平均 | 0.207 | 0.221 | 0.191 |
| 標準偏差 | 0.010 | 0.117 | 0.074 |
| 最小値 | 0.044 | 0.044 | 0.055 |
| 最大値 | 0.830 | 0.830 | 0.520 |
| 尖度 | 6.607 | 5.473 | 5.050 |
| 歪度 | 1.438 | 1.238 | 1.170 |

1994年2月14日より以前を『前期』, それ以降を『後期』として表す。

表 7 ヒストリカル・ボラティリティの基本統計量

標本期間：1989/6/12-1998/3/31

| | 全期間 | 前期 | 後期 |
|------|-------|-------|-------|
| 平均 | 0.210 | 0.222 | 0.196 |
| 標準偏差 | 0.100 | 0.112 | 0.082 |
| 最小値 | 0.050 | 0.051 | 0.076 |
| 最大値 | 0.606 | 0.606 | 0.525 |
| 尖度 | 4.465 | 3.688 | 5.441 |
| 歪度 | 1.137 | 0.885 | 1.398 |

1994年2月14日より以前を『前期』, それ以降を『後期』として表す。

表8 インプライド・ボラティリティの基本統計量

標本期間：1989/6/12-1998/3/31

| | 全期間 | 前期 | 後期 |
|------|-------|-------|-------|
| 平均 | 0.229 | 0.235 | 0.222 |
| 標準偏差 | 0.090 | 0.095 | 0.083 |
| 最小値 | 0.000 | 0.000 | 0.038 |
| 最大値 | 0.643 | 0.618 | 0.643 |
| 尖度 | 3.731 | 3.306 | 4.494 |
| 歪度 | 0.525 | 0.338 | 0.763 |

1994年2月14日より以前を『前期』、それ以降を『後期』として表す。

(2) 予測精度の比較

将来のボラティリティに対するHVとIVの予測精度を比較するために、以下の3本の式をコックラン・オーカット法(Cochrane-Orcutt method)により推定した。

$$\text{推定式1: } \sigma_t = \alpha_1 + \beta_1 HV_t + \gamma_1 IV_t + \varepsilon_{1t} \quad (4.1)$$

$$\text{推定式2: } \sigma_t = \alpha_2 + \beta_2 HV_t + \varepsilon_{2t} \quad (4.2)$$

$$\text{推定式3: } \sigma_t = \alpha_3 + \gamma_3 IV_t + \varepsilon_{3t} \quad (4.3)$$

推定式1では、HVとIVの両ボラティリティを用いたとき将来のボラティリティの予測に有意であるかどうかを推定している。推定式2と推定式3ではHVとIVが各々単独で将来のボラティリティの予測に有意であるかどうかを検証する。また推定式2、3の両ボラティリティを単独で用いて将来のボラティリティを予測する場合と推定式1の2つのボラティリティを用いて予測をする場合とを比較した。それぞれのボラティリティの係数 β 、 γ が有意であれば、HVとIVは将来のボラティリティを線形予測するために有用な情報を含んでいることになる。またHVとIVは算出方法が異なる。それぞれのボラティリティが持つ将来に対する情報は全く同じであるとは限らない。推定式2、3の両ボラティリティを単独で用いて将来のボラティリティを予測する場合と推定式1の2つのボラティリティを用いて予測をする場合とを比較した。 β_1 、 γ_1 の係数が両方有意になるならば、HV(IV)のみに存在し、IV(HV)には含まれない情報がある可能性が考えられる。

1989年6月12日から1998年3月31日までの推定結果を表9に記す。表9によると推定式1では α_1 、 γ_1 は有意であり、 β_1 は有意ではなかった。推定式2でも α_2 は有意であるが β_2 は有意ではなく、推定式3では α_3 、 γ_3 の両方が有意であった。これによると将来のボラティリティを予測するのに、HVは有意ではなく、IVのみが有意であるということがわかる。各モデルを比較するため決定係数を検証していく。 R^2 は、説明変数を増やすと、たとえその変数に説明力が無くとも必ず増加することが知られている。従って、推定式1、2、3を比較するためには、 R^2 のこのような欠点を修正した自由度修正済み決定係数 \bar{R}^2 (adjusted R Squared)の値で比較を行うことが望ましい。 \bar{R}^2 では推定式3よりも推定式2が低く、最も高いのは推定式1であった。HVとIVの両方をパラメータとしている推定式1の \bar{R}_1^2 の方が、HVのみ、IVのみをパラメータとしている推定式2、3の \bar{R}^2 よりも高いという結果になっている。

表9の規制強化期と規制緩和期に分けて行った推定結果から規制強化期では、 α_B は推定式1、推定式

2, 推定式3の全てにおいて有意である。推定式1では β_{1B} は有意ではなく、 γ_{1B} は有意である。推定式2の β_{2B} は有意ではなく、推定式3の γ_{3B} は有意である。規制強化期においても、将来のボラティリティを予測するために有意なものはIVのみであることが分かる。 \bar{R}_B^2 については推定式1の時 $\bar{R}_{1B}^2 = 0.951$, 推定式2の時 $\bar{R}_{2B}^2 = 0.949$, 推定式3の時 $\bar{R}_{3B}^2 = 0.950$ であり、推定式1が最も低く推定式2が最も高い。規制緩和期においては、 α_A はすべて有意である。推定式1の γ_{1A} , 推定式3の γ_{3A} は有意であり、推定式1の β_{1A} , 推定式2の β_{2A} は有意ではない。 \bar{R}_{2A}^2 についても、規制強化期の推定結果と同様に推定式1が最も高くなっている。規制強化期, 規制緩和期の両期間において、HVは将来のボラティリティを予測するのに有意ではなく、IVのみが有意であることが分かった。さらに、両期間とも推定式1の \bar{R}^2 が推定式2, 3の \bar{R}^2 の値よりも高い。

次に規制強化期と規制緩和期の R^2 と \bar{R}^2 の比較を行う。推定式1については規制強化期の方が規制緩和期よりも決定係数の値が高い。推定式2と推定式3についても同様に、規制強化期の方が規制緩和期よりも決定係数の値が高くなっている。したがって、HV, IVの将来のボラティリティに対する予測の精度は、規制緩和期よりも規制強化期の方が高いといえる。

表 9 各推定式の推定結果

標本期間：1989/7/13-1998/4/9, 1989/6/12-1998/3/31

$$\text{推定式 1: } \sigma_t = \alpha_1 + \beta_1 HV_t + \gamma_1 IV_t + \varepsilon_{1t}$$

$$\text{推定式 2: } \sigma_t = \alpha_2 + \beta_2 HV_t + \varepsilon_{2t}$$

$$\text{推定式 3: } \sigma_t = \alpha_3 + \gamma_3 IV_t + \varepsilon_{3t}$$

| | | α | β | γ | R^2 | \bar{R}^2 |
|-----|-------|--------------------|--------------------|-------------------|-------|-------------|
| 全期間 | 推定式 1 | 0.010* (16.815) | -0.066 (-0.221) | 0.067* (7.835) | 0.950 | 0.950 |
| | 推定式 2 | 0.010* (17.366) | -0.036 (0.030) | | 0.948 | 0.948 |
| | 推定式 3 | 0.017* (32.610) | | 0.072* (8.396) | 0.949 | 0.949 |
| 前期 | 推定式 1 | 0.013* (13.473) | -0.024 (-0.567) | 0.085* (6.582) | 0.951 | 0.951 |
| | 推定式 2 | 0.010* (11.417) | -0.061 (-1.423) | | 0.949 | 0.949 |
| | 推定式 3 | 0.018* (20.946) | | 0.087* (6.910) | 0.950 | 0.950 |
| 後期 | 推定式 1 | 0.012* (15.389) | 0.055 (1.398) | 0.045* (4.236) | 0.944 | 0.944 |
| | 推定式 2 | 0.011* (14.880) | 0.014 (0.358) | | 0.942 | 0.942 |
| | 推定式 3 | 0.019* (29.514) | | 0.051* (4.709) | 0.943 | 0.943 |

括弧内の数値は t 値を表す。また、*は5%有意水準で推定値が統計的に有意であることを示す。 R^2 は決定係数、 \bar{R}^2 は自由度修正済み決定係数である。本文中における添え字 B は前期、 A は後期のパラメータを表し、添え字1, 2, 3は各推定式を表している。

(3) 構造変化の検定

(2) の推定結果から規制強化期と規制緩和期では HV と IV の将来のボラティリティに対する予測精度が変化している可能性が考えられる。最後に取引制度の規制緩和によりボラティリティに構造変化が起きているか、チャウ・テスト (Chow Test) を行った。推定式 1 のパラメータが規制強化期と緩和期で構造変化がない場合を帰無仮説として検定を行う。

$$\begin{aligned} H_0 &: \alpha_{1B} = \alpha_{1A}, \beta_{1B} = \beta_{1A}, \gamma_{1B} = \gamma_{1A} \\ H_1 &: \alpha_1, \beta_1, \gamma_1 \text{ のうち少なくとも 1 つにおいて等号不成立} \end{aligned}$$

ADF 検定の時と同様に、 H_0 の制約の下での残差平方和を SSE_R 、制約のない場合の残差平方和を SSE_U とする。全期間のデータを用いたモデルの推定残差を SSE_R とし、規制強化期の推定モデルの残差二乗和を SSE_B 、規制緩和期の推定モデルの残差二乗和を SSE_A とすると、

$$SSE_U = SSE_B + SSE_A \quad (4.4)$$

となる。このように計算された SSE_R 、 SSE_U 、推定パラメータ数 p から検定統計量は、

$$F^{Chow}(p, n-2p) = \frac{(SSE_R - SSE_U)/p}{SSE_U/(n-2p)} \quad (4.5)$$

ここで、 $p=3$ である。(4.5) 式より検定統計量は $F=3.516$ となった。有意水準 1% では、帰無仮説は棄却されないが、有意水準 5% では、帰無仮説は棄却される。従って推定式 1 のパラメータ α 、 β 、 γ は規制強化期と規制緩和期で変化しており、取引制度の改定によってボラティリティに期間構造の変化が起きているといえる。

V 結論と今後の課題

本論文では、IV と HV のどちらが将来のボラティリティに対する予測精度が高いのかについて分析を行った。推定された結果から、将来のボラティリティを予測するために有意なもの IV であり、HV ではないということが分かった。さらに、HV に関しては、将来のボラティリティに対して何の情報も含まないことが分かった。もし IV が将来のボラティリティの十分統計量 (sufficient statistic) であるならば、投資家は将来のボラティリティに対する情報を十分に得ることができ、オプション市場においてその期待が十分に反映されていると考えられる。IV が将来のボラティリティの十分統計量であるのかどうか、検定をする必要がある。

規制緩和によって将来のボラティリティに対する予測精度は下がってしまっている。これは、前述とは異なる結果となった。規制緩和によって生じたであろうと考えられる変化は投資家へ流れる情報量の増加と、取引コストの低下による取引量の増加である。また別の視点からみれば、規制の厳しかったときは、機関投資家など情報を考慮して行動する投資家が多かったが、規制が緩和されることにより、情報を収集して投資しないノイズ・トレーダー (noise trader) の参入が増えたのではないかと考えられる。これらの原因によってボラティリティの構造変化が起こったのであろうと考えられる。将来のボラ

ティリティに対する予測の精度が下がったということは、後者を原因としてあげることができる。しかし、これについては厳密に検定を行ったわけではない。また、IV では単位根の存在が棄却されなかった。将来のボラティリティに対する予測の精度が規制緩和によって低下したのかについて再度検定を行う必要がある。

本論文では、将来のボラティリティを予測する要因とし、HV と IV の 2 つを使用した。しかし、この 2 つのボラティリティはオプションの満期までボラティリティは一定であるという仮定のもとで計算されたものである。しかし、現在では Xu/Taylor[1995], Fleming[1998], 三井[2001], 竹内[2003], 三井・渡部[2004]にあるようにボラティリティが日々変化しているということが知られている。将来のボラティリティに対する予測制度の検証について、今後はボラティリティの変動を考慮したモデル¹¹⁾についても考えていく必要がある。

(日本大学経済学部専任講師)

参考文献

- [1] 岩田暁一編『先物・オプション市場の計量分析』慶応義塾大学出版会, 1997 年.
- [2] 金武聖「日本のオプション市場におけるインプライド・ボラティリティ構造について」『ファイナンス研究』日本証券経済研究所, 1996 年, No. 21, 1~38 ページ.
- [3] 小暮厚之『ファイナンスへの計量分析』(ファイナンス講座 1), 朝倉書店, 1996 年.
- [4] 小暮厚之・照井伸彦『計量ファイナンス分析の基礎』(ファイナンス・ライブラリー 4), 朝倉書店, 2001 年.
- [5] 竹内明香「GARCH オプションモデルによる日経 225 オプション実証分析」修士学位論文, 一橋大学, 2003 年.
- [6] 日本銀行金融市場研究会編著『オプション取引のすべて』金融財政事情研究会, 1995 年.
- [7] 樋口勝彦「先物市場規制の影響(更新値幅・更新時間を中心に)」『先物・オプション レポート』大阪証券取引所, 1996 年, 7 月号, 2~6 ページ.
- [8] 一橋大学大学院商学研究科編『新世紀の先物市場』東洋経済新報社, 2002 年.
- [9] 三井秀俊「ボラティリティ変動モデルによるオプション価格付けの実証研究—日経 225 オプション市場—」博士学位論文, 東京都立大学, 2001 年.
- [10] 三井秀俊・渡部敏明「ベイズ推定法による GARCH オプション価格付けモデルの分析」『日本統計学会誌』第 33 巻, 日本統計学会, 掲載予定, 2004 年.
- [11] 藁谷千凰彦『金融データの統計分析』東洋経済新報社, 2001 年.
- [12] 村瀬安紀子「日経 225 オプション・ボラティリティのシステマティック・エラーと原資産価格トレンド」『現代ファイナンス』MTP フォーラム・日本ファイナンス学会, 1997 年, No. 1, 19~32 ページ.
- [13] 山本拓『経済の時系列分析』創文社, 1988 年.
- [14] 渡部敏明「日経 225 先物価格と現物指数の変動の構造変化」『マクロ経済の構造変化に関する調査研究』建設省道路局財団法人政経協会, 1999 年.
- [15] 渡部敏明『ボラティリティ変動モデル』(シリーズ〈現代金融工学〉4), 朝倉書店, 2000 年.
- [16] Bates, D. S., 1996, "Testing Option Pricing Models", in G. S. Maddala and C. R. Rao, eds., *Handbook of*

11) 代表的なボラティリティ変動モデルとしては、SV (Stochastic Volatility) モデルと ARCH 型モデルがある。これらのモデルに関して、詳しくは Shephard[1996], Ghysels/Harvey/Renault[1996], 渡部[2000], Knight/Stachel[2002]参照。

- Statistics*, Vol. 14: Statistical Methods in Finance, pp. 567-611, Amsterdam: North-Holland.
- [17] Beckers, S., 1981, "Standard Deviations Implied in Option Price as Predictors of Future Stock Price Variability", *Journal of Banking and Finance*, 5, pp. 363-381.
- [18] Black, F. and M. Scholes, 1973, "The Pricing of Options and Corporate Liabilities", *Journal of Political Economy*, 81, pp. 637-654.
- [19] Campbell, J. Y., A. W. Lo and A. C. Mackinlay, 1997, *The Econometrics of Financial Markets*, Princeton University Press; 祝迫得夫・大橋和彦・中村信弘・本多俊毅・和田賢治訳『ファイナンスのための計量分析』共立出版, 2003年.
- [20] Canina, L. and S. Figlewski, 1993, "The Informational Content of Implied Volatility", *Review of Financial Studies*, 6, pp. 659-681.
- [21] Chiras, D. P. and S. Manaster, 1978, "The Information Content of Option Prices and A Test Of Market Efficiency", *Journal of Financial Economics*, 6, pp. 213-234.
- [22] Day, T. and C. M. Lewis, 1992, "Stock Market Volatility and the Information Content of Stock Index Options", *Journal of Econometrics*, 52, pp. 267-287.
- [23] Dicky, D. and W. A. Fuller, 1981, "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series With a Unit Root", *Econometrica*, 49, pp. 1057-1072.
- [24] Engle, R. F. and C. Mustafa, 1992, "Implied ARCH Models from Options Prices", *Journal of Econometrics*, 52, pp. 289-311.
- [25] Fleming, J., 1998, "The Quality of Market Volatility Forecasts Implied by S&P 100 Index Option Prices", *Journal of Empirical Finance*, 5, pp. 317-345.
- [26] Ghysels, E., A. C. Harvey and E. Renault, 1996, "Stochastic Volatility", in G. S. Maddala and C. R. Rao, eds., *Handbook of Statistics*, Vol. 14: Statistical Methods in Finance, pp. 119-191, Amsterdam: North-Holland.
- [27] Gouriou, C. and J. Jasiak, 2001, *Financial Econometrics*, Princeton University Press.
- [28] Guo, D., 1997, "Overstatement of Implied Variance in the Dollar/Yen Currency Option Market", *Financial Engineering and the Japanese Markets*, 4, pp. 59-73.
- [29] Hamilton, J. D., 1994, *Time Series Analysis*, Princeton University Press.
- [30] Hauser, R. J. and Y. Liu, 1992, "Evaluating Pricing Models for Options on Futures", *Review of Agricultural Economics*, 15, pp. 23-32.
- [31] Knight, J. and S. Stachel, 2002, *Forecasting Volatility in the Financial Markets*, 2nd ed., Butterworth-Heinemann.
- [32] Lamoureux, C. G. and W. D. Lastrapes, 1993, "Forecasting Stock-Return Variance: Towards an Understanding of Stochastic Implied Volatilities", *Review of Financial Studies*, 6, pp. 293-326.
- [33] Latane, H. A. and R. J. Rendleman, 1976, "Standard Deviations of Stock Price Ratios Implied in Option Prices", *The Journal of Finance*, 31, pp. 369-381.
- [34] Shephard, N., 1996, "Statistical Aspects of ARCH and Stochastic Volatility", in D. R. Cox, D. V. Hinkley and O. E. Barndorff-Nielsen, eds., *Time Series Models in Econometrics, Finance and other Fields*, Chapman & Hall.
- [35] Tsay, R. S., 2002, *Analysis of Financial Time Series*, John Wiley & Sons.
- [36] Watanabe, T., 2001, "Price Volatility, Trading Volume, and Market Depth: Evidence from the Japanese

Stock Index Futures Market”, *Applied Financial Economics*, 11, pp. 651-658.

- [37] Watanabe, T. and T. Oga, 1997, “The Information Content of Implied Volatility in the Nikkei 225 Index Option Market”, *MTEC Journal*, 10, pp. 32-46.
- [38] Xu, X. and S. J. Taylor, 1995, “Conditional Volatility and Informational Efficiency of the PHLX Currency Options Market”, *Journal of Banking & Finance*, 19, pp. 803-821.