

# 東日本大震災による日本の株式市場の構造変化の検証

三井秀俊

## 1. はじめに

2011年3月11日金曜日に発生した東日本大震災は日本経済に未曾有の大打撃を与えた。そのため日本の株式市場に与えた影響も甚大であり、震災後、株式市場は不安定化したとも考えられる。現実には、地震が起こった時刻が14時46分頃だったため、その日の日経平均終値は10,254円43銭で約1.7%の下落であった<sup>1)</sup>。しかし、3月15日火曜日には原子力発電所事故などによる影響が懸念され、日経平均終値は8,605円15銭となり、10%以上の大幅下落となった。そこで本研究では、金融時系列分析を利用して東日本大震災後、株式市場で構造変化がおこっているかどうかの検証を行なうこととする。分析方法としては、東日本大震災が起こった前後のある一定期間でのボラティリティの変動に注目する。

実証分析を進めるにあたっては、2010年6月16日から2011年12月2日までの東京電力(TEPCO: The Tokyo Electric Power Company, Inc.)、業種別東証株価指数電気ガス業(Sector Index)<sup>2)</sup>、日経平均株価(Nikkei 225)、東証株価指数(TOPIX: Tokyo Stock Price Index)、日経ジャスダック平均株価(JASDAQ)<sup>3)</sup>の日次データ(daily data)を用いて実証的な検証を行なった。本研究の実証分析の結果として、主に次の2つの結果が得られた。(1)東日本大震災を境として、東京電力の株価変動と業種別東証株価指数電気ガス業の変動には構造変化が生じている。(2)日経平均株価、東証株価指数、日経ジャスダック平均株価とも、東日本大震災による構造変化は見られ

ない。

本論文の以下の構成は次の通りである。第2節では、GARCHモデルに関して簡単に紹介し、本研究で用いた構造変化の検証法について説明を行なう。第3節では、本研究で利用したTEPCO, Sector Index, Nikkei 225, TOPIX, JASDAQのデータとGARCHモデルによる実証結果に関して述べる。最後の第4節では、まとめと今後の課題について述べる。

## 2. GARCHモデルによる構造変化の検証方法

この節では以下の通りの解説を行なう。2.1ではBollerslev(1986)のGARCH(Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity)モデル、2.2ではモデルの誤差項の仮定、2.3では本研究での構造変化の検証方法に関して述べる<sup>4)</sup>。

### 2.1 GARCHモデル

$t$ 時点の収益率を $R_t$ とする。 $S_t$ を $t$ 時点の原資産価格とすると $t$ 時点の原資産価格収益率 $R_t$ は以下のように定義される。

$$R_t = \frac{S_t - S_{t-1}}{S_{t-1}}. \quad (2.1)$$

このとき、収益率 $R_t$ の過程を以下のようにおく<sup>5)</sup>。

$$R_t = \mu + \epsilon_t, \quad (2.2)$$

$$\epsilon_t = \sigma_t z_t, \quad \sigma_t > 0, \quad (2.3)$$

$$z_t \sim i.i.d., E[z_t] = 0, \text{Var}[z_t] = 1. \quad (2.4)$$

ここで、(2.1)式の定数項 $\mu$ は期待収益率、 $\epsilon_t$ は誤差項であり、収益率に自己相関は無いと仮定する。*i. i. d.*は、過去と独立で同一な分布

(independent and identically distributed) を表す。\$E[\cdot]\$ は期待値、\$Var[\cdot]\$ は分散を各々表す。

GARCH(\$p, q\$) は、ボラティリティ \$\sigma\_t^2\$ が過去の予測誤差の2乗と過去のボラティリティの線形の関数として定式化されている。

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p a_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2. \quad (2.5)$$

ここで、ボラティリティの非負性を保証するため \$\omega, a, \beta > 0\$ であると仮定する<sup>6)</sup>。また、ボラティリティの過程は定常性を保証するため \$a + \beta < 1\$ であると仮定する。

通常、GARCHモデルの次数選択はAIC (Akaike's Information Criterion) やSIC (Schwarz's Information Criterion) などの情報量基準に基づいて選択される場合が多い<sup>7)</sup>。しかし、多くの実証研究において、ボラティリティ変動過程の次数を多くしてもあまりパフォーマンスは改善されないことが示されている。したがって、本研究ではGARCH(1, 1)モデルを用いて実証分析を行なうことにする。GARCH(1, 1)モデルは、以下のように表される。

$$\sigma_t^2 = \omega + a_1 \epsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2. \quad (2.6)$$

## 2.2 誤差項の仮定

株式収益率の分布は、Mandelbrot [1963], Fama [1965] で指摘されているように正規分布よりも裾が厚い分布であることが知られている。そのためGARCHモデルなどのARCH型モデルの誤差項には、正規分布以外の仮定をおく場合が多い。誤差項が標準正規分布に従う場合、(2.4)式の \$z\_t\$ は、

$$z_t \sim i.i.d.N(0, 1) \quad (2.7)$$

となり、\$t\$ 分布 (\$t\$-distribution) に従う場合には、

$$z_t \sim i.i.d.t(0, 1, \nu) \quad (2.8)$$

となる。ここで、\$\nu\$ は自由度 (degree of freedom) を表し、\$z\_t\$ の分散は1に基準化されている。\$t\$ 分布の密度関数は以下のように与えられる。

$$f(z_t) = \frac{\Gamma(\nu+1/2)}{(\pi\nu)^{1/2} \Gamma(\nu/2)} \left(1 + \frac{z_t^2}{\nu}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}}, \nu > 0. \quad (2.9)$$

ここで、\$\Gamma(\cdot)\$ はガンマ関数 (gamma function)<sup>8)</sup> である。このとき尤度関数は以下のように記述される。

$$L = T \left\{ \ln \Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right) - \Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right) - \frac{1}{2} \ln[\pi(\nu-2)] \right\} - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left[ \ln(\sigma_t^2) + (1+\nu) \ln\left(1 + \frac{z_t^2}{\nu-2}\right) \right] \quad (2.10)$$

多くの先行研究では、誤差項の分布に正規分布よりも尖度の高い分布を用いた方が当てはまりが良いとの結果が得られている。したがって、本研究では、誤差項の分布には \$t\$ 分布を考えることとする。

## 2.3 構造変化の検証方法

東日本大震災前後で株式市場に構造変化をもたらしたかどうかを分析する方法について渡部(1999)を参考にして解説する<sup>9)</sup>。ここでは、(2.2), (2.3), (2.6), (2.8) 式で記述される以下のGARCH(1, 1)モデルを考える。

$$\begin{aligned} R_t &= \mu + \epsilon_t, \\ \epsilon_t &= \sigma_t z_t, \quad \sigma_t > 0, \\ z_t &\sim i.i.d.t(0, 1, \nu), \\ \sigma_t^2 &= \omega + a \epsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2. \end{aligned}$$

ここで構造変化を調べるときには、\$t\$ 期が東日本大震災前のときには \$D\_0\$、東日本大震災後のときには \$D\_1\$ のダミー変数 \$D\_t\$ を使用すればよい。このとき上記のGARCH(1, 1)モデルは以下のように表される。

$$R_t = \mu_0 + \mu_1 D_t + \epsilon_t, \quad (2.11)$$

$$\epsilon_t = \sigma_t z_t, \quad \sigma_t > 0, \quad (2.12)$$

$$z_t \sim i.i.d.t(0, 1, \nu_0 + \nu_1 D_t), \quad (2.13)$$

$$\sigma_t^2 = \omega_0 + \omega_1 D_t + (a_0 + a_1 D_t) \epsilon_{t-1}^2 + (\beta_0 + \beta_1 D_t) \sigma_{t-1}^2. \quad (2.14)$$

このとき、東日本大震災前のパラメータは \$(\mu\_0, \omega\_0, a\_0, \beta\_0, \nu\_0)\$ であり、東日本大震災後のパラ

メータは  $(\mu_0 + \mu_1, \omega_0 + \omega_1, a_0 + a_1, \beta_0 + \beta_1, \nu_0 + \nu_1)$  となる。このとき  $(\mu_1, \omega_1, a_1, \beta_1)$  が全て 0 であれば構造変化はなかったことになる。

構造変化がなかったかどうかの検定は、以下の帰無仮説  $H_0$  に関して尤度比検定を行なえばよい。

$$H_0 : \mu_1 = \omega_1 = a_1 = \beta_1 = \nu_1 = 0. \quad (2.15)$$

帰無仮説  $H_0$  が棄却された場合には、各々のパラメータの有意性を  $t$  検定で調べてどのパラメータが変化しているか検証すればよい。

帰無仮説  $H_0$  の制約下で推定を行なったときの尤度を  $L_0$ 、制約なしの下で推定を行なった場合の尤度を  $L_1$  とする。尤度比検定は、

$$2(\ln L_0 - \ln L_1) \quad (2.16)$$

が漸近的に帰無仮説  $H_0$  の下で制約されるパラメータ数が  $\chi^2$  分布に従うことを用いて検定統計量として利用する。

本研究では、(2.11)、(2.12)、(2.13)、(2.14) 式からなるモデルにより実証研究を行なう。パラ

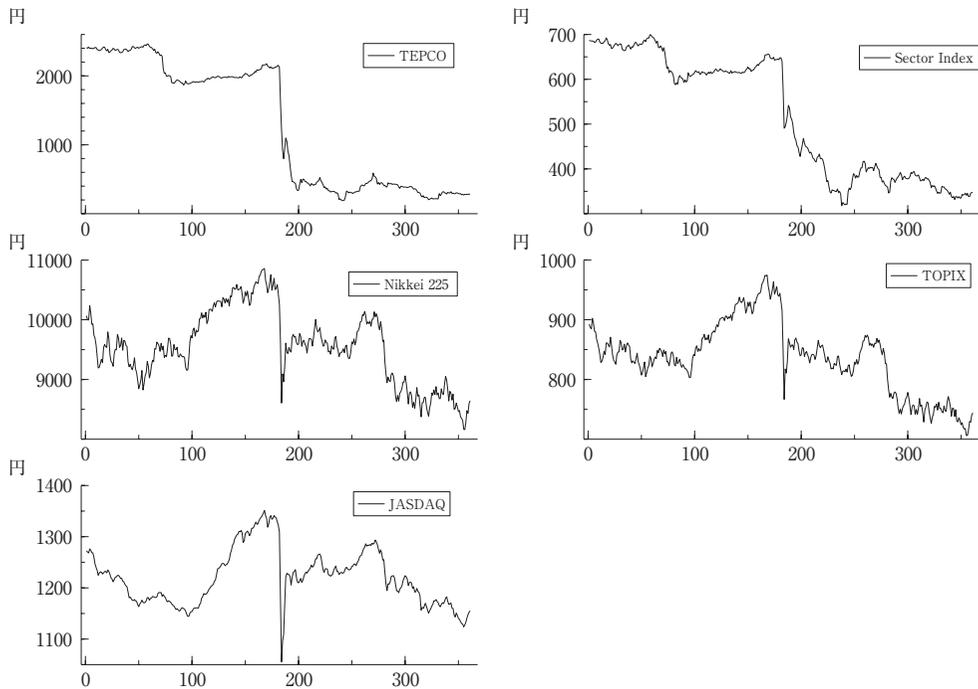
メータの推定に関しては、統計分析ソフト G@RCH 4.2 OxMetrix<sup>10)</sup> を利用して最尤法により行なう。

### 3. データと実証結果

#### 3.1 データ

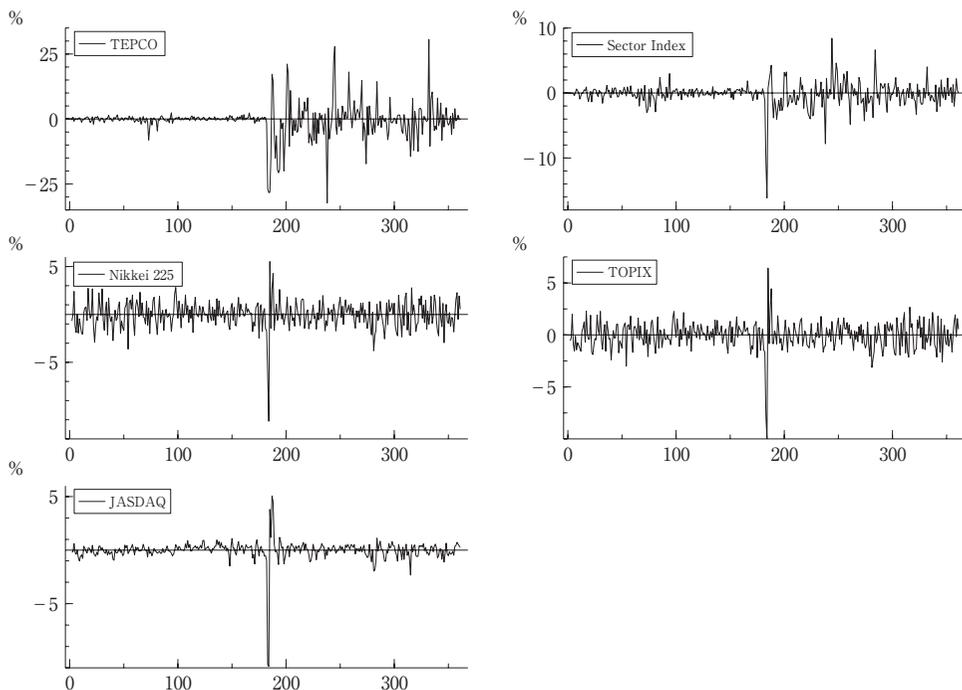
本研究では、日本の株式市場の株価データとして TEPCO, Sector Index, Nikkei 225, TOPIX, JASDAQ の日次データ (daily data) を使用し、日経 NEEDS-Financial Quest からデータを取得した。これらのデータを利用して第 2 節の GARCH モデルのパラメータの推定を行なった。サンプル期間は、2010 年 6 月 16 日から 2011 年 12 月 2 日までである (図 1 を参照)<sup>11)</sup>。株価収益率は、 $t$  時点の株価を  $P_t$  とし、 $R_t = (\ln P_t - \ln P_{t-1}) \times 100(\%)$  として計算を行なった (図 2 を参照)。標本期間は、2010 年 6 月 17 日から 2012 年 12 月 2 日まで、標本数は 360 である。また、東日本大震災前の標本期間は 2010 年 6 月 17 日から 2012 年 3 月 10 日

図 1. 株価終値 (2010/6/16–2011/12/2)



出所) 筆者作成

図2. 株価収益率 (2010/6/17 - 2011/12/2)



出所) 筆者作成

までで標本数は180であり、東日本大震災後の標本期間は、2011年3月11日から2012年12月2日までで標本数は180である。データの基本統計量(Descriptive statistics)は、表1に纏められている<sup>12)</sup>。

尖度(kurtosis)について、全期間のサンプルではTEPCO, Sector Index, Nikkei 225, TOPIX, JASDAQのすべての金融資産で“3”を超えていることから、また、正規性検定が有意なことから、これらの金融資産収益率の分布は正規分布よりも裾が厚い(fat tail)ことがわかる。また、収益率のヒストグラム・密度関数は、図3に描かれている。ここでは、密度(density)と正規近似(normal approximation)が重ねて描かれている。例えば、TEPCOに関して、 $N(s=6.14)$ は、表1より正規近似が平均 $-0.595$ 、分散が $6.14^2$ の正規分布 $N(-0.595, 6.14^2)$ に従うことを表している。標本自己相関(ACF: autocorrelation function)を図4で示す。

### 3.2 実証結果

本研究の実証結果は、表2-表6に纏められている。帰無仮説 $H_0: \mu_1 = \omega_1 = a_1 = \beta_1 = v_1 = 0$ を検定するために尤度比検定統計量 $\chi^2(5)$ の値を見ると、TEPCO, Sector Indexに関しては各々17.80, 15.17であり有意水準5%で帰無仮説 $H_0$ は棄却される。また、これらの値は有意水準1%でも帰無仮説 $H_0$ は棄却される。このことから、東日本大震災後、TEPCO, Sector Indexの株価変動に統計的に有意な構造変化が生じていることがわかる。Nikkei 225, TOPIX, JASDAQに関して、尤度比検定統計量 $\chi^2(5)$ の値は各々6.428, 7.092, 7.148であり有意水準5%で帰無仮説 $H_0$ は棄却されない。また、これらの値は有意水準10%でも帰無仮説 $H_0$ は棄却されない。このことから、東日本大震災後、Nikkei 225, TOPIX, JASDAQの株価変動に統計的に有意な構造変化が生じていないことがわかる。

表 1. 株価収益率  $R_t$ (%) の基本統計量

2010年6月17日 - 2011年12月2日 (全期間), 標本数 360

	平均	標準偏差	歪度	尖度	最大	最小	漸近性検定	正規性検定
TEPCO	-0.595	6.143	-0.402	12.125	30.61	-32.33	1258.7 *	336.2 *
Sector Index	-0.189	1.815	-2.159	23.72	8.424	-16.16	6723.7 *	254.9 *
Nikkei 225	-0.042	1.435	-1.311	13.31	5.522	-11.15	1697.9 *	186.6 *
TOPIX	-0.050	1.331	-1.269	14.69	6.428	-9.952	2145.2 *	248.2 *
JASDAQ	-0.026	1.027	-5.743	70.54	5.064	-10.86	70411. *	745.8 *

\*は有意水準5%で有意であることを示す。

2010年6月17日 - 2011年3月10日 (東日本大震災前), 標本数 180

	平均	標準偏差	歪度	尖度	最大	最小	漸近性検定	正規性検定
TEPCO	-0.063	1.039	-3.102	23.305	2.419	-8.074	3381.1 *	123.92 *
Sector Index	-0.032	0.764	-0.530	6.548	2.978	-3.020	102.84 *	45.515 *
Nikkei 225	0.020	1.195	-0.130	2.991	2.815	-3.620	0.504	0.610
TOPIX	0.023	1.022	-0.140	2.751	2.292	-3.004	1.0544	0.903
JASDAQ	0.021	0.406	-0.368	4.111	1.085	-1.491	13.272 *	9.552 *

\*は有意水準5%で有意であることを示す。

2011年3月11日 - 2011年12月2日 (東日本大震災後), 標本数 180

	平均	標準偏差	歪度	尖度	最大	最小	漸近性検定	正規性検定
TEPCO	-1.127	8.592	-0.105	6.283	30.61	-32.33	81.158 *	51.774 *
Sector Index	-0.346	2.441	-1.586	14.023	8.424	-16.16	986.65 *	88.063 *
Nikkei 225	-0.105	1.639	-1.659	14.571	5.522	-11.15	1086.7 *	87.857 *
TOPIX	-0.124	1.577	-1.406	15.140	6.428	-9.952	990.05 *	113.76 *
JASDAQ	-0.075	1.391	-4.500	41.046	5.064	-10.86	11464 *	294.27 *

\*は有意水準5%で有意であることを示す。  
出所) 筆者作成

#### 4. まとめと今後の課題

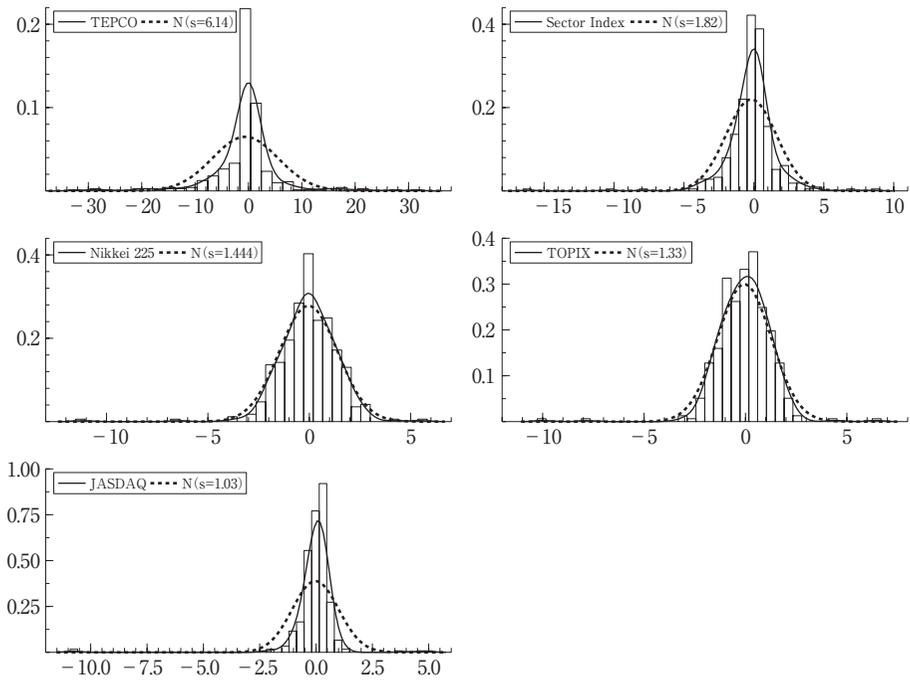
本論文は、2011年3月11日の東日本大震災前後で日本の株式市場に構造変化が生じているかどうかを GARCH モデルにより分析を行なったものである。東京電力、業種別東証株価指数電気ガス業、日経平均株価、東証株価指数、日経ジャスダック平均株価 (JASDAQ) の株価データを用いてボラティリティの変動に焦点を当て実証的な検証を行なった。本論文で得られた主な結果を纏め

ると次のようになる。

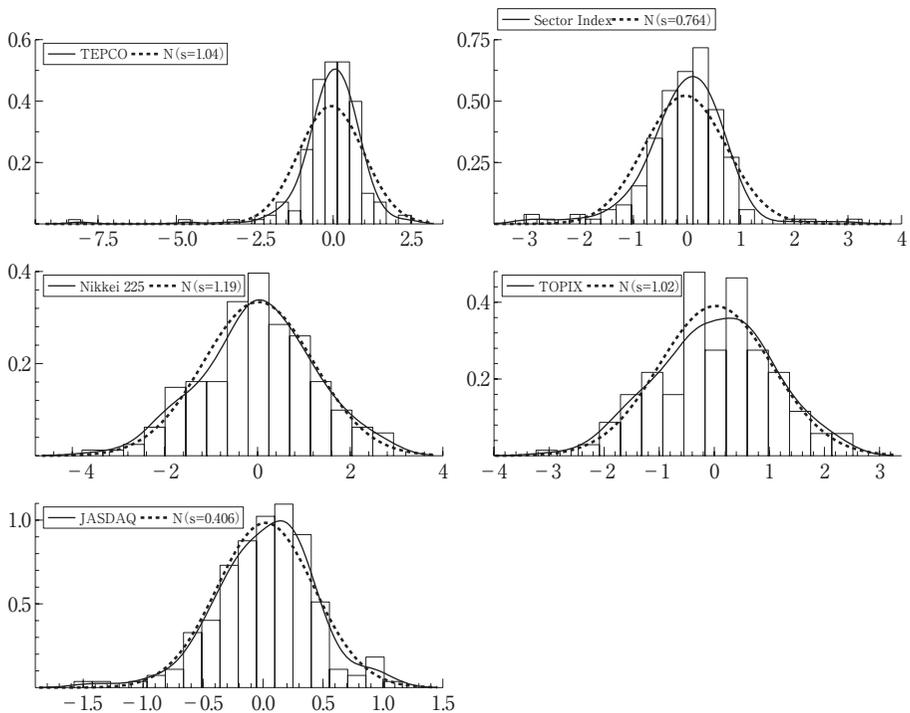
- 2011年3月11日の東日本大震災を境として、東京電力、業種別東証株価指数電気ガス業の株価変動には統計的に有意な構造変化が生じている。
- 東日本大震災前後で、日経平均株価、東証株価指数、日経ジャスダック平均株価の株価変動には統計的に有意な構造変化は生じていない。したがって、震災により直接甚大な被害を受けた東京電力や原子力発電所の存続問題や電力供給

図3. ヒストグラム・密度関数

2010年6月17日-2011年12月2日 (全期間)



2010年6月17日-2011年3月10日 (東日本大震災前)



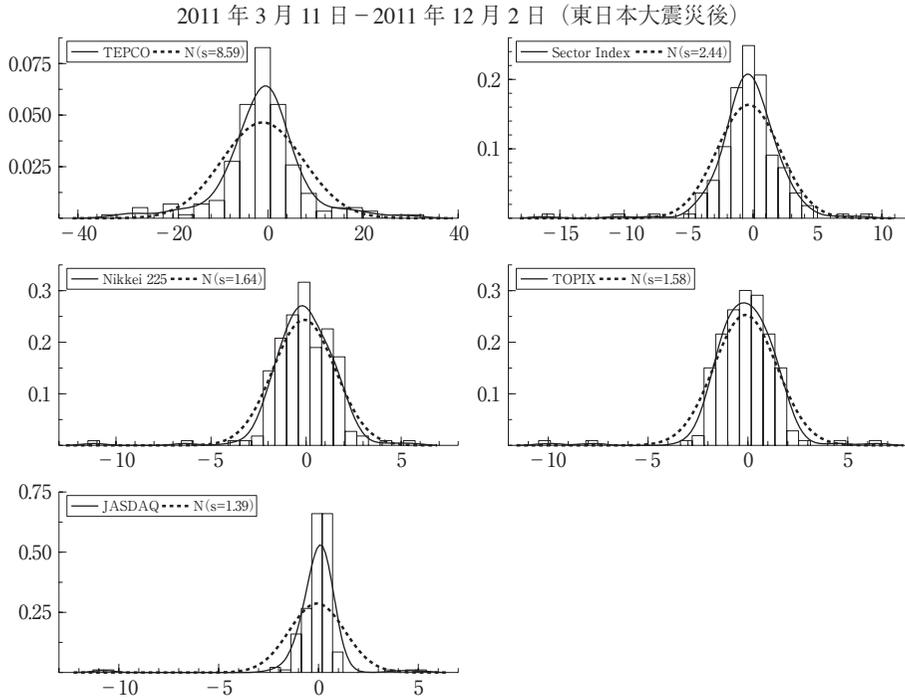


図4. 標本自己相関

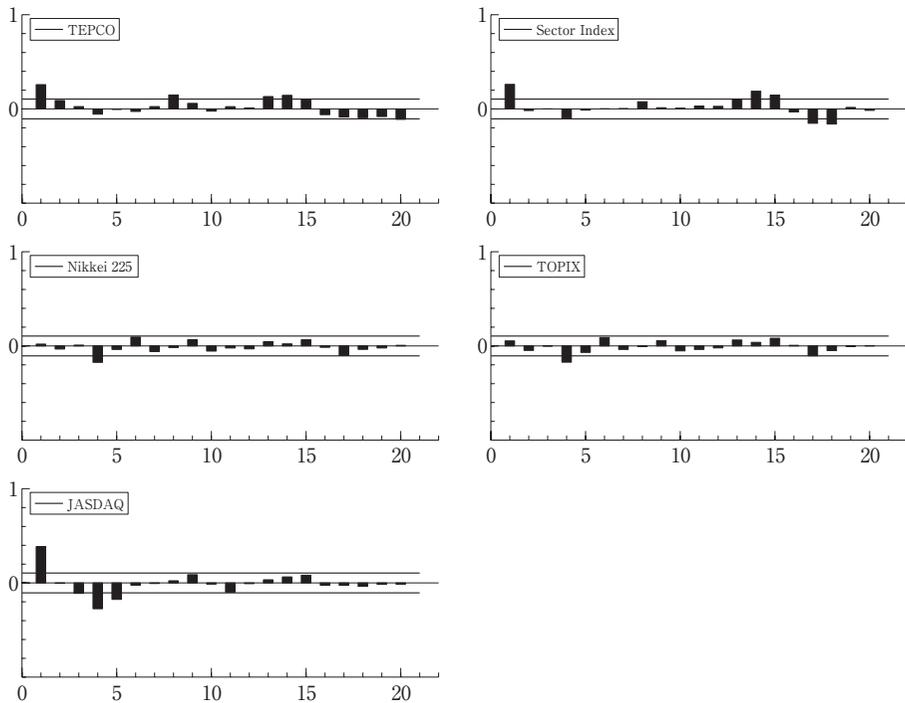


表2. GARCH (1,1) モデルの推定 (TEPCO)

$$R_t = \mu_0 + \mu_1 D_t + \epsilon_t, \epsilon_t = \sigma_t z_t, \sigma_t > 0, z_t \sim i.i.d.t (0, 1, \nu_0 + \nu_1 D_t),$$

$$\sigma_t^2 = \omega_0 + \omega_1 D_t + (a_0 + a_1 D_t) \epsilon_{t-1}^2 + (\beta_0 + \beta_1 D_t) \sigma_{t-1}^2.$$

	$\mu_0$	$\omega_0$	$a_0$	$\beta_0$	$\nu_0$
推定値	0.047	0.120	0.040 *	0.795 *	3.405 *
t 値	(0.902)	(1.396)	(3.055)	(7.789)	(3.230)
	$\mu_1$	$\omega_1$	$a_1$	$\beta_1$	$\nu_1$
推定値	-0.529	18.85	0.665 *	-0.255 *	0.989 *
t 値	(-1.222)	(0.398)	(2.540)	(-5.317)	(3.404)
Log-likelihood	-834.769				
$\chi^2(5)$	17.80 *				

\*は有意水準5%で有意であることを示す。  
出所) 筆者作成

表3. GARCH (1,1) モデルの推定 (Sector Index)

$$R_t = \mu_0 + \mu_1 D_t + \epsilon_t, \epsilon_t = \sigma_t z_t, \sigma_t > 0, z_t \sim i.i.d.t (0, 1, \nu_0 + \nu_1 D_t),$$

$$\sigma_t^2 = \omega_0 + \omega_1 D_t + (a_0 + a_1 D_t) \epsilon_{t-1}^2 + (\beta_0 + \beta_1 D_t) \sigma_{t-1}^2.$$

	$\mu_0$	$\omega_0$	$a_0$	$\beta_0$	$\nu_0$
推定値	0.035	0.033	0.112 *	0.840 *	4.487 *
t 値	(0.795)	(1.670)	(2.103)	(17.12)	(2.670)
	$\mu_1$	$\omega_1$	$a_1$	$\beta_1$	$\nu_1$
推定値	-0.25	-0.022	-0.101 *	0.138 *	0.475 *
t 値	(-1.673)	(-0.161)	(-2.791)	(32.61)	(3.906)
Log-likelihood	-577.944				
$\chi^2(5)$	15.17 *				

\*は有意水準5%で有意であることを示す。  
出所) 筆者作成

表4. GARCH (1,1) モデルの推定 (Nikkei 225)

$$R_t = \mu_0 + \mu_1 D_t + \epsilon_t, \epsilon_t = \sigma_t z_t, \sigma_t > 0, z_t \sim i.i.d.t (0, 1, \nu_0 + \nu_1 D_t),$$

$$\sigma_t^2 = \omega_0 + \omega_1 D_t + (a_0 + a_1 D_t) \epsilon_{t-1}^2 + (\beta_0 + \beta_1 D_t) \sigma_{t-1}^2.$$

	$\mu_0$	$\omega_0$	$a_0$	$\beta_0$	$\nu_0$
推定値	0.044	0.020	0.036 *	0.948 *	12.90 *
t 値	(0.502)	(1.023)	(5.689)	(46.55)	(13.86)
	$\mu_1$	$\omega_1$	$a_1$	$\beta_1$	$\nu_1$
推定値	-0.050	0.531	0.018 *	-0.046 *	2.432
t 値	(-0.068)	(1.574)	(2.573)	(-2.940)	(1.213)
Log-likelihood	-602.351				
$\chi^2(5)$	6.428				

\*は有意水準5%で有意であることを示す。  
出所) 筆者作成

表 5. GARCH (1,1) モデルの推定 (TOPIX)

$$R_t = \mu_0 + \mu_1 D_t + \epsilon_t, \epsilon_t = \sigma_t z_t, \sigma_t > 0, z_t \sim i.i.d.t(0, 1, \nu_0 + \nu_1 D_t),$$

$$\sigma_t^2 = \omega_0 + \omega_1 D_t + (a_0 + a_1 D_t) \epsilon_{t-1}^2 + (\beta_0 + \beta_1 D_t) \sigma_{t-1}^2.$$

	$\mu_0$	$\omega_0$	$a_0$	$\beta_0$	$\nu_0$
推定値	0.044	0.023	0.023 *	0.954 *	13.89 *
t 値	(0.536)	(1.185)	(7.900)	(38.61)	(13.86)
	$\mu_1$	$\omega_1$	$a_1$	$\beta_1$	$\nu_1$
推定値	-0.082	0.459 *	0.022 *	-0.049 *	0.85 *
t 値	(-0.435)	(2.346)	(2.262)	(-2.888)	(2.090)
Log-likelihood	-564.207				
$\chi^2(5)$	7.092				

\*は有意水準5%で有意であることを示す。  
出所) 筆者作成

表 6. GARCH (1,1) モデルの推定 (JASDAQ)

$$R_t = \mu_0 + \mu_1 D_t + \epsilon_t, \epsilon_t = \sigma_t z_t, \sigma_t > 0, z_t \sim i.i.d.t(0, 1, \nu_0 + \nu_1 D_t),$$

$$\sigma_t^2 = \omega_0 + \omega_1 D_t + (a_0 + a_1 D_t) \epsilon_{t-1}^2 + (\beta_0 + \beta_1 D_t) \sigma_{t-1}^2.$$

	$\mu_0$	$\omega_0$	$a_0$	$\beta_0$	$\nu_0$
推定値	0.037	0.067 *	0.230 *	0.400 *	9.840
t 値	(1.114)	(3.769)	(2.008)	(4.582)	(1.573)
	$\mu_1$	$\omega_1$	$a_1$	$\beta_1$	$\nu_1$
推定値	0.027	0.008 *	0.002 *	0.018 *	-5.353 *
t 値	(1.313)	(2.116)	(2.154)	(4.849)	(-2.924)
Log-likelihood	-260.958				
$\chi^2(5)$	7.148				

\*は有意水準5%で有意であることを示す。  
出所) 筆者作成

不足が懸念された電力業界全般に対しては東日本大震災の甚大な影響を受けたと考えられる。しかし、日本の代表的な株価指数に関しては一時的に大幅な株価の下落はあったが、その後は不安定化していないと考えられる。

今後の課題としては、

1. 構造変化が生じているかどうかのより精度の高い検証を行なうためには、東日本大震災前後の期間に対して長期のデータを使用する必要がある。
2. 他の代表的な構造変化の分析を行なう際に使用されるモデルとしてマルコフ・スイッチング (Markov Switching Model) モデルがある。

ARCH 型モデルの定式化にマルコフ過程に従う状態変数を含めたマルコフ・スイッチング ARCH (Markov Switching ARCH; MS-ARCH) モデル<sup>13)</sup> や GARCH モデル・EGARCH モデルにおいて構造変化を含めたマルコフ・スイッチング GARCH (Markov Switching GARCH; MS-GARCH) モデル<sup>14)</sup>・マルコフ・スイッチング EGARCH (Markov Switching GARCH; MS-EGARCH) モデル<sup>15)</sup> などを用いて分析を行なう。

などが考えられる。

(日本大学経済学部准教授)

注

\* 日本大学経済学部准教授, E-mail: mitsui.hidetoshi@nihon-u.ac.jp

- 1) 東京証券取引所の取引終了時刻は15時00分である。
- 2) 東証市場第一部に上場している内国普通株式全銘柄 (TOPIXの構成銘柄) を「証券コード協議会」が定める業種区分に基づき33業種に区分した「時価総額加重型」の株価指数である。
- 3) 大阪証券取引所ジャスダック市場に上場する全銘柄 (日本銀行, 不動産投資信託, 外国株および整理銘柄を除く) を対象に「ダウ式平均」で算出する平均株価である。
- 4) 株式市場の分析では, Nelson (1991) のEGARCH (Exponential GARCH) モデルの方が株価変動の特性を捉えており適切であると考えられるが, 本研究のサンプル数が少ないため最尤法でパラメータの推定を行なう際に収束させることが困難となったためGARCHモデルを用いることにした。
- 5) 収益率の過程は (2.2) 式で表されるが, 以下のように他にも考えられる。

$$R_t = \mu + \psi R_{t-1} + \epsilon_t,$$

$$R_t = \mu + \lambda \sigma_t + \epsilon_t,$$

$$R_t = \mu + \psi R_{t-1} + \lambda \sigma_t + \epsilon_t.$$

ここで,  $\lambda$  はリスク・プレミアム (risk premium) を表す。上から, 1期前の収益率, リスク・プレミアム, 1期前の収益率とリスク・プレミアムを各々考慮したモデルとなっている。しかし, 本研究では統計的に有意なリスク・プレミアムの推定値を得られなかったため (2.2) 式の過程を使用することにした。

- 6) GARCH(1, 1)の場合には, 非負制約は必要十分条件となる。但し, 高次のGARCH( $p, q$ )の場合にはパラメータの非負制約を緩めることができる。詳しくは, Nelson and Cao (1992) を参照。
- 7) 最尤法によってパラメータを推定した場合, AIC, SIC は次のように計算される。

$$AIC = -2 \ln L + 2n,$$

$$SIC = -2 \ln L + n \ln T.$$

$\ln L$  は推定されたパラメータの下で評価した対数尤度,  $n$  は推定されたパラメータの数,  $T$  は標本数である。

- 8) ガンマ関数は以下のように定義される。

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} x^{z-1} e^{-x} dx, \text{ for } z > 0$$

また, ガンマ関数は以下のような性質を持つ。

1.  $\Gamma(z+1) = z\Gamma(z)$
2.  $\Gamma(z+1) = z!$
3.  $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$
4.  $\log \Gamma(z) = \log(2\pi)/2 + (z-1/2)\log z - z + \theta/12z$ ,  $\theta \in (0, 1)$
- 9) 渡部 (1999) では, 先物取引の開始, また, 先物市場での規制緩和・強化により現物市場に構造変化をもたらしたかどうかの分析を行なっている。
- 10) 詳しくは, Doornik (2006), Laurent and Peters (2006), 三井 (2010) を参照。
- 11) 本研究では, 図の作成は *PcGive* (統計・時系列分析ソフト) により行なった。作成したファイルは“.eps”ファイルで $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ に取り込むことができる。*PcGive*に関して詳しくは, Doornik and Hendry (2001), ヘンドリー・ドーナック (2006) を参照。
- 12) データの基本統計量の計算は, *PcGive* により行なった。*PcGive* では, 尖度の値は超過尖度 (excess kurtosis) を標本尖度として定義しているので注意が必要である。本論文では, +3をして表に掲載した。
- 13) 詳しくは, Hamilton and Susmel (1994), Cai (1994) を参照。
- 14) 詳しくは, Gray (1996), Haas *et al.* (2004) を参照。MS-GARCHモデルを用いて日本の株式市場を分析した研究として, 里吉 (2004), Satoyoshi and Mitsui (2011) がある。
- 15) MS-EGARCHモデルを用いて日本の株式市場を分析した研究として三井・里吉 (2011), 里吉・三井 (2011) がある。

参考文献

里吉清隆 (2004) 「マルコフ・スイッチング GARCH

- モデルによる日本の株式市場のボラティリティの分析」日本統計学会『日本統計学会誌』, 第34巻, 第1号, pp.1-19.
- 里吉清隆・三井秀俊 (2011) 「日経平均株価のブル・ベア相場の分析—マルコフ・スイッチング EGARCH モデルの応用—」大阪証券取引所『先物・オプションレポート』 Vol.23, No.11, pp.1-5.
- ヘンドリー, D. F.・J. A. ドーニック (市川博也 [訳・解説]) (2006) 『PcGive による時系列分析入門』日本評論社.
- 三井秀俊 (2010) 「G@RCH による資産価格の時系列分析」日本大学経済学部産業経営研究所『産業経営研究』 第32号, pp.123-136.
- 三井秀俊・里吉清隆 (2011) 「資産価格のブル・ベア分析—マルコフ・スイッチング・モデルの応用—」2011年度統計関連学会連合大会 (日本統計学会第79回大会) 研究報告.
- 渡部敏明 (1999) 「日経 225 先物価格と現物指数の変動の構造変化」建設省道路局財団法人財政経済協会『マクロ経済の構造変化に関する調査研究』.
- Bollerslev, T. (1986) "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity," *Journal of Econometrics*, 31, pp.307-327.
- Cai, J. (1994) "A Markov Model of Switching-Regime ARCH," *Journal of Business & Economic Statistics*, 12, pp.309-316.
- Doornik, J. A. (2006) *An Introduction to OxMetrics 4-A Software System for Data Analysis and Forecasting*, Timberlake Consultants Ltd.
- Doornik, J. A. and D. F. Hendry (2001) *Econometric Modelling Using PcGive 10 Volume III*, Timberlake Consultants Ltd.
- Fama, E. (1965) "The Behavior of Stock Prices," *Journal of Business*, 38, pp.34-105.
- Gray, S. F. (1996) "Modeling the Conditional Distribution of Interest Rates as a Regime-Switching Process," *Journal of Financial Economics*, 42, pp.27-62.
- Haas, M., S. Mittnik and M. S. Paolella (2004) "A New Approach to Markov-Switching GARCH Models," *Journal of Financial Econometrics*, 2, pp.493-530.
- Hamilton, J. D. and R. Susmel (1994) "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity and Changes in Regime," *Journal of Econometrics*, 64, pp.307-333.
- Laurent, S. and J.-P. Peters (2006) *Estimating and Forecasting ARCH Models Using G@RCH 4.2*, Timberlake Consultants Ltd.
- Mandelbrot, B. (1963) "The Variation of Certain Speculative Prices," *Journal of Business*, 36, pp.394-416.
- Nelson, D. B. (1991) "Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach," *Econometrica*, 59, pp.347-370.
- Nelson, D. B. and C. Q. Cao (1992) "Inequality Constraints in the Univariate GARCH Model," *Journal of Business & Economic Statistics*, 10, pp.229-235.
- Satoyoshi, K. and Mitsui, H. (2011) Empirical Study of Nikkei 225 Options with the Markov Switching GARCH Model. *Asia-Pacific Financial Markets*, 18, pp.55-68.