

第132回 経済科学研究所研究会

「ゲーム理論とその応用」

— 議会における政党の影響力の分析を中心として —

東京工業大学大学院社会理工学研究科教授 武 藤 滋 夫

日本大学経済学部経済科学研究所

2001年12月22日

1 はじめに

武藤でございます。本日このセミナーにお招きいただきましたこと、誠にありがとうございます。タイトルでございますように、議会における政党の影響力のゲーム理論による分析を中心としてお話しさせていただきます。

本日は大きく2つのテーマを考えております。1つは、タイトルにもありますように、議会における政党の影響力ということですが、議会において議案を通そうと思えば、過半数の賛成が必要になりますので、たとえば現在の参議院のように過半数を占める政党がない場合には、他政党の協力が必要になってきます。そのような過半数を占める協力関係を築くという点からみて、政党の議席数とその影響力にはどのような関係があるであろうか。そういう話を、数学的に割り切ってお話しさせていただきたいと思っております。

実はゲーム理論には、協力ゲーム理論と非協力ゲーム理論という2つの理論があるのですが、協力ゲーム理論のなかにパワー指数と呼ばれる影響力を測る指数がございます。いくつかございますが、今日はそのうち代表的なシャープレイ・シュービック指数についてお話しします。それに加えて、協力ゲーム理論とはどのようなものなのか、についても前半にお話しさせていただきます。

2つ目は連立政権についてです。1993年以降日本でも連立政権が形成されていますが、連立政権の安定性を数学的にシャープレイ・シュービック指数を使って分析したらどうなるだろうか。もし各政党が連立政権内での自党の影響力を大きくするように行動したらどのような連立政権が形成されるだろうか。このような話をさせていただきます。後半は、非協力ゲーム理論を使った分析になりますので、非協力ゲーム理論とはどのようなものか、についても触れさせていただきます。

2 1996年10月の衆議院における各政党の影響力

それではまず、議会における政党の影響力をパワー指数を使って分析するとどうなるかという話から始めさせていただきます。

表1をご覧ください。これは、1996年10月の衆議院議員選挙直後の各政党の議席数です。小選挙区制が施行されて最初の選挙で、総議員数500ですから、過半数は251です。話を簡単にするために、賛成票が251票あれば議案が通る、そういう前提で以下話を進めます。また、実際には協力関係を結びやすい政党、結びにくい政党がございますが、これも話を簡単にするために、どの政党も同じように協力関係を築けるという前提で話をさせていただきます。

この議席分布のもとでは、過半数を占めるような政党間の協力関係を築くという立場から見ると各政党はどのような影響力を持っているかを、チェックしてみることになります。

まず自民党ですが、すでに239票持っていますから、あと賛成票が12票あれば、議案を通すことができます。ということは、新進党が協力すれば問題ないですし、民主党、共産党、ないしは社民党が協力してくれるだけでも過半数を超えて議案を通すことができます。もし新進党から社民党までの4党が全部反対に回ったとしても、さきがけと民政連と無所属で12票ありますから、この人たちが全員賛成してくれれば賛成票251で、ぎりぎりですけれども、議案を通すことができます。自民党はこのように強い立場にあります。

第2党の新進党はどうでしょうか。新進党は156票ありますから、あと95賛成票が集まれば、議案を通せます。ですから、もし自民党が協力してくれれば問題ありません。ところが、自民党が反対に回った場合、民主党も反対に回ってしまいますと、自民党と民主党で反対票が291になりますから通りません。共産党が反対に回った場合もそうです。社民党でさえ、これが自民党とともに反対に回れば合わせて254の反対票になりますから、新進党は議案を通せなくなります。し

たがって、新進党は議案を通したいと思った場合、もし自民党が反対に回ったときには、民主党、共産党、社民党、この3党すべての賛成を取り付けなければなりません。仮に民主党、共産党、社民党が全部賛成したとしても249票ですので、さきがけ・民改連・無所属の12票中から少なくとも2票の賛成票が必要です。

つまり、新進党が議案を通すためには、自民党が賛成してくれればいいのですが、自民党が反対に回った場合には、民主党、共産党、社民党、この3党すべての賛成と、さらに、さきがけ・民改連・無所属の中から少なくとも2人の賛成を取り付けねばなりません。

第3党の民主党はどうでしょうか。民主党が議案を通したいという場合に、自民党が賛成に回れば291ですから過半数を超えて議案を通せます。ところが、自民党が反対に回った場合は、新進党が反対に回ったらだめですし、共産党が反対の場合もだめです。社民党が反対に回った場合にも、社民党と自民党と合わせて254ですから、議案は通らなくなります。さらに、新進党、共産党、社民党が全部賛成したとしても249票ですので、さきがけ・民改連・無所属の12票中から少なくとも2票の賛成票が必要です。

以上のことから、議席数では民主党は新進党の3分の1ですけれども、過半数を占める協力関係をつくって議案を通すという立場から見れば、この2つの党は全く同じ立場にあることがわかります。どちらの党も、自民党が賛成すれば議案を通せますが、自民党が反対した場合、新進党、民主党、共産党、社民党、4党すべての協力が必要で、さらに、さきがけ、民改連、無所属から少なくとも2票の賛成票を取らないと議案を通すことができない、そういう状況にあることがわかります。

実はそれは民主党に限らず、共産党についても同様で、さらには、15議席しかない社民党についても全く同じです。社民党の場合も、自民党が賛成してくれば議案を通せますが、それ以外のときは、新進党、民主党、共産党すべての賛成と、さきがけ・民改連・無所属から2票の賛成票が必要になります。議席数では社民党は新進党の10分の1よりも少ないのですが、他

政党の協力を得て過半数を超える協力関係を築くというところから見ると、実は新進党と社民党とは全く同じ立場にあることがわかります。

3 シャープレイ・シュービック指数

過半数を占める協力関係をつくるという立場から各政党がどういうパワーないしは影響力を持っているかを表すものとして、シャープレイ・シュービック指数、以下、簡単のためにSS指数と略しますが、というのがございます。この指数について、これからお話しさせていただきます。

まず、簡単な例をつかって説明しましょう。A、B、Cの3党からなる議会を考えます。多数決によって議案の可否を決定するのですが、2つの状況を考えます。まず、(1)は、A、B、Cが1議席ずつ持っていて、2票以上賛成があれば議案が可決される状況です。(2)は、Aは50議席持っている、Bは49議席、Cは1議席、全部で100、その過半数である51票以上の賛成があれば議案が可決される状況です。それぞれの状況において、A、B、C各政党のSS指数を求めてみましょう。

SS指数では、何か議案があるときに、それを通すことに熱心な政党から順に1党ずつ加わってグループをつくっていくことを考えます。そして、ある政党が加わったときにはじめて議案を通せるようになるとき、その政党が影響力をもつと考えます。たとえば、先ほどの衆議院の場合ですと、自民党は239票ですからそれだけでは議案を通せない。そこに社民党が加わると、社民党は15票持っていますから254票になり、その段階で議案を通せるようになります。このときに、社民党が影響力を持っているとSS指数では考えます。この社民党ような政党をピヴォットと呼びます。

もちろん議会ではどのような議案が出てくるかわかりませんから、1党ずつ加わるグループ形成もいろいろな順序が出てくる可能性があります。SS指数では、それがすべて同じ確率で出てくると考えます。た

たとえば、(1)の場合のように、A、B、C 3政党ありますと、1党ずつ加わって全政党の協力関係ができる順序というのは全部で3の階乗の6通りあります。これがすべて同じ確率で起こったときにピヴォットになる確率をもって、各政党の影響力ないしはパワーとみなそうというのがSS指数の考え方です。

たとえば(1)の場合ですと、A、B、Cそれぞれ1票ずつ持っており、2票賛成票が集まれば議案を通すことができます。表2をご覧ください。「A←B←C」と書いてあるのは、Aが最初に議案を通したいと考え、それにBが加わり、最後にCが加わるという順序です。この場合には、Aは1票だけですからまだ議案を通せません。Bが加わりますと、Aの1票、Bの1票をあわせて2票になりますから議案を通せるようになります。したがって、Bがピヴォットです。すぐにおわかりになると思いますが、この例は全政党1票ずつもっていますから、2番目に加わった政党がすべてピヴォットになります。したがって、6回のうち、A、B、Cはそれぞれ2回ずつピヴォットになりますので、SS指数は3党すべて2/6になります。A、B、Cはすべて同じ1票ずつを持っていて、2票賛成票があれば通るという状況ですから、A、B、Cは同じようなパワーないしは影響力を持っているだろうというのは直感的におわかりになると思うのですが、その直感がSS指数によって裏付けられています。

次に、(2)の場合を考えてみましょう。Aが50票、Bが49票、Cが1票持っていて、議案を通すためには51票必要です。表3をご覧ください。協力関係の形成の順序は、これも6通りあります。まず「A←B←C」では、Aだけでは50票ですから、51票に達していませんが、Bが加わって50票+49票で賛成票が99票になりますから、議案が通るようになります。したがって、Bがピヴォットです。次の「A←C←B」では、Aだけでは51票に達しませんが、Cの1票が加わることによって51票に達しますから、Cがピヴォットです。「B←A←C」では、Bだけでは49票です。Aが加わって99票になり過半数の51を超えますから、Aがピヴォットです。「B←C←A」では、Bは49票、Cが1票持って加

わっても、足して50票にしかありませんから、51票には達しません。最後にAが50票を持って加わってはじめて過半数を超えます。したがって、ここではAがピヴォットになります。「C←A←B」では、Cは1票です。それにAが加わりますと、1票+50票で、ちょうど51票に達しますから、Aが加わった段階で議案を通せる。したがって、Aがピヴォットです。最後の「C←B←A」は、Cは1票で、Bが49票ですから、Bが加わった段階で50票でまだ51票には達しません。最後にAが加わって51票に達します。したがって、ここではAがピヴォットです。そうしますと、6回中、Aは4回、Bが1回、Cが1回ピヴォットになりますから、SS指数はA、B、Cそれぞれ4/6、1/6、1/6になります。

Aは50票、Bは49票で、持っている票数だけ見ますと1票しか違いません。さらに、Cは1票ですから、A、Bに比べ非常に少ない。ただ、過半数を占める協力関係をつくるという観点から見ると、Bの立場は非常に弱くなっています。議席数は大きいけれども、1票しか持っていないC政党と何ら変わるところがありません。先ほどの衆議院の例における新進党と社民党の関係と同じようなことが起こっています。過半数を占めるグループをつくるという立場からみると、単に議席数だけからはわからないところが見えてくるということがこれでおわかりいただけたと思います。

4 衆議院および東京都議会における各政党のシャープレイ・シュービック指数

以上がSS指数についての説明ですが、それでは先ほどの衆議院の例におけるSS指数はどうなるでしょうか。表4をご覧ください。SS指数は、自民党が0.600、新進から社民党まではすべて0.099、その下は桁が下がりがまして、さきがけが0.0003、民改連が0.0002、無所属は1人当たりの指数ですが、0.0002となっています。新進党から社民党まで、過半数を占める協力関係をつくるという点では同じ立場にあるのだということを先ほどご説明しましたけれども、SS指

数でそれが裏付けられたことがおわかりになると思います。

次に表5をご覧ください。これは1997年7月の東京都議会議員選挙前後の各政党の議席数とSS指数を、改選前と改選後で比較したものです。議席数は、改選前が自民38から無所属15まで、合計115ですから過半数は58です。改選後は、自民、共産が伸び、公明、民主は1議席ずつ減らしています。総数が127ですから、過半数64です。

SS指数を計算しますと、自民党は0.404から0.502で、議席数の伸びと同じように、SS指数も伸びています。共産党のSS指数も、議席数と同じ倍増まではいきませんが、0.116から0.160と伸びています。

問題は公明党と民主党です。議席数だけ見れば、公明党は25から24、民主党も13から12と、それぞれ1議席ずつ減らしています。ところが、この2つの政党のSS指数を見ますと、公明党は0.182から0.160に減っていますが、民主党は逆に0.116から0.160に伸びています。議席だけ見れば、どちらも1議席ずつ減らしている。ところが、SS指数を見ると、公明党は議席を減らしたのと同じように指数も減っているのに、民主党は逆に増えています。

なぜこういうことが起こったかというのは、過半数を占める協力関係をつくるという観点から、各党はどのような状態にあったかを検討していただければおわかりになると思います。まず公明党は改選前と改選後でどのように立場が変わったかを調べてみましょう。

改選前は、過半数は58で、自民党は38票持っていますから、その時点で自民党と組んで過半数を超えられる政党は公明党しかありませんでした。公明党は25票もっていますから、合わせて63票です。共産党にしろ、民主党にしろ、13票ですから、自民党と組んでも票数は51にしかならず、過半数の58票に達しません。したがって、公明党は共産党や民主党に比べて立場が強かったわけです。それがSS指数にも反映されて、公明党0.182、それに対して共産、民主は0.116となっています。

改選後は、公明党も民主党も1議席ずつ減らしてい

ます。変わったことは、自民党が38から54に議席を増やしたことです。自民党は議席を54に増やしたとしても、まだ単独では過半数を超えられません。ところが、これによって、共産党、公明党、民主党の3党の中で一番議席数の少ない民主党と組んでも過半数を超えられるようになってしまいました。民主党は12票しかありませんけれども、自民党と組めば54票に12票を足して66票になり、過半数の64票を超えます。もちろん共産党、公明党もそうです。

つまり、都議会で改選後に起こった状況は、先ほどの衆議院とよく似ています。自民党の議席が過半数に近く、自民党は共産党、公明党、民主党のどの1党と組んでも議案を通せる。それに対して共産党、公明党、民主党は、たとえば共産党が議案を通そうと思えば、自民党が反対に回った場合、公明党も民主党も賛成に回ってくれなければなりません。公明党、民主党についても同様です。したがって、共産党、公明党、民主党は、先ほどの衆議院のときと同じように、過半数を超えるグループをつくるという意味では同じ立場にあります。SS指数はそれを反映して、この3党はすべて0.10、0.160、0.160になっています。

この都議会議員選挙というのは、自民党・共産党が勝利して、公明党・民主党は伸び悩んだと総括された選挙ですけれども、単に議席数だけではなくてSS指数を計算してみると、全く違うところが見えてきます。つまり、政党の影響力というのは、単にその政党の議席数だけではなくて、他の政党の議席数がどのように動いているか、相対的な動きを見ないと本当のところはわからないのではないかということが、このSS指数による分析からおわかりになると思います。

以上がSS指数の投票システムへの適用例です。

5 協力ゲーム理論

ここで協力ゲーム理論というものについて簡単にお話しさせていただきます。前にも触れましたが、ゲーム理論には大きく2つの流れがあります。1つが非協力ゲーム理論、もう1つが協力ゲーム理論です。おそ

らく経済学部の方々には非協力ゲーム理論の方がなじみが深いと思うのですが、これは、意思決定者の間に全くコミュニケーションがなく、各個人がそれぞれ独自に意思決定する状況を扱います。一方、協力ゲーム理論というのは、意思決定者が話し合っ、しかも、もし合意が得られればそれには拘束力がある、つまり、合意に反した場合には何らかのペナルティーを与えられる、そういう状況を扱ったものです。

当然の間にはグレーゾーンがあります。われわれが日常よく経験することですが、たとえば、「あした水道橋駅で会おう」と約束したときに、契約書を書いているわけではありませんから、行かなくても、それで罰せられることはありません。つまり、コミュニケーションはあるけれども、合意に拘束力がない状況です。

いまゲーム理論研究者の間の共通認識としては、コミュニケーションがあっても、そのコミュニケーションの結果得られた合意に拘束力がない状況は非協力ゲームのほうに分類しておく、コミュニケーションがあつて、しかも合意に拘束力があり違反すれば罰せられるような状況を協力ゲームとしようということになっています。

簡単に言えば、意思決定者、ゲーム理論ではプレイヤーと呼びますが、がそれぞれ独自に、しかも他のプレイヤーがどのように意思決定するかを考慮しながら意思決定をするとき、どのように意思決定したらよいか、プレイヤーの合理的な意思決定とは何か、という問題を扱うのが非協力ゲーム理論です。それに対して、プレイヤーがグループ、ゲーム理論ではグループのことを提携と呼びますが、を組む事を前提とし、グループの間の交渉ないしはグループをつくることを前提としたプレイヤー間の交渉を扱うのが協力ゲーム理論、というように考えていただければいいと思います。ですから、先ほどの政党がどのような協力関係をつくるかというのは、もちろんそこで話し合いをしてやっているわけですから、協力ゲーム理論で扱う問題になります。

では協力ゲーム理論はどのような問題を扱うので

しょうか。ゲーム理論というのは意思決定の理論ですが、普通の意味決定理論と違うところは複数の意思決定主体が存在するという事です。ほかに意思決定主体がいるから、常にほかの連中がどうい意思決定をするかを考えながらこちらも考えなくてはいけない。特に協力ゲーム理論の場合には、複数のプレイヤーがどのように協力関係を結ぶかが問題になります。プレイヤーが2人だけだったら、協力するかするかしないかだけです。このようなゲームを、2人協力ゲームと呼んだり交渉ゲームと呼んだりします。ところが、プレイヤーが3人以上になった場合には、協力関係は複雑になってきます。3人全員が協力する場合もありますし、2人が協力して、あと1人に敵対する場合も起こってきます。一体どのような協力関係が結ばれるのか。さらに、協力しますと当然何らかの便益が生まれてきますが、それをどのように分け合うか、ないしは分け合うべきか。そういう問題が協力ゲーム理論の扱う問題です。

6 協力ゲームの適用例－費用分担問題

たとえば、協力ゲームの適用例としてよく引用されるものに費用分担の問題があります。簡単な例を用いて説明しましょう。いま、3つの自治体A市、B市、C市があり、水源から水道管を引くことを検討しているとします。それぞれ独自に水道管を引いたとしますと、A市は2億円、B市は1億7000万円、C市は2億円かかると見積もられていたとします。いま、A市とB市が話し合ったところ、途中までは同じパイプで引いてきて、近くなってから分けることが可能だということになり、そうすると2本別々に引くよりも距離を節約できますから、別々にやると合計3億7000万円かかるところ3億1000万円ですむという見積もりが出てきた。同じようにB市とC市も、協力すれば、別々でやると3億7000万かかっていたのが2億9000万円で済みそうだという見積もりが出てきたとします。A市とC市は地理的に離れており、残念ながら協力しても費用を減らすことはできず、別々にやっているときと同

じように4億円必要だとします。さらに、もしA市、B市、C市がすべて協力すれば、別々にやると2億円と1億7000万円と2億円ですから5億7000万円かかるのが、3億7000万円で済みますよという見積もりができてきたとします。このときに、A、B、C、この3つの市はどのような協力関係を結ぶだろうか。たとえば3市全部が協力すれば、協力することによって費用を節減できて3億7000万円で済むのですが、この3億7000万円をAとBとCの間でどのように分担したらいいのだろうか。協力ゲーム理論が扱う問題はそういう問題です。

ではこれをどのように協力ゲーム理論で扱っているかを次にお話ししましょう。協力ゲーム理論では、このような状況を特性関数形ゲームないしは提携形ゲームと呼ばれる方法で表現しています。特性関数というのは何かというと、上の例で言いますと、AとBが協力すればどれだけの便益があるか、AとCが協力すればどれだけの便益があるか、ABC全員が協力すればどれだけの便益があるか。便益というのをゲーム理論では利得と呼んでいますので、これから利得という言葉を使わせていただきますけれども、プレイヤーの提携それぞれに対して、その提携に属するプレイヤーたちが協力したときに得られる利得を与える関数です。一般に v で表現されます。

抽象的な話でわかりにくいと思いますので、上の例を使ってお話ししますと、たとえばA市、B市、C市が協力したとき、 $v(A,B,C)$ はどのような値になるか。A市、B市、C市がそれぞればらばらにやりますと、2億円、1億7000万円、2億円かかりますから、合計5億7000万円かかります。ところが、A市、B市、C市が協力したときは3億7000万で済みます。5億7000万かかるのが、3市協力することによって3億7000万で済むことになりますから、5億7000万から3億7000万引いた差額の2億円がA市、B市、C市の協力関係によって得られる利得と考えることができます。したがって、単位を1000万円として、 $v(A,B,C)=20$ です。

次に、 $v(A,B)$ はどうでしょうか。A市とB市、それぞればらばらにやると2億円と1億7000万円ですか

ら、合計3億7000万円かかります。ところが、A市、B市協力すれば、3億1000万で済みますから、3億7000万から3億1000万引いた6000万円がA、Bの協力によって得られる利得です。したがって、 $v(A,B)=6$ です。 $v(A,C)$ 、 $v(B,C)$ も同様です。たとえばA市、C市は地理的に離れているので、協力関係を結んだとしてもコストを減らすことはできません。したがって $v(A,C)=0$ です。B市、C市は1億7000万円と2億円で済むから合計3億7000万円かかりますが、協力しますと2億9000万円で済みますから、3億7000万円から2億9000万円を引いた8000万円が協力によって得られる利得で、 $v(B,C)=8$ と与えられます。

前にお話ししたように、協力ゲーム理論には大きく2つの目的があります。1つは、どのような協力関係が結ばれるだろうか。もう1つは、協力することによって獲得した利得を協力関係を結んだメンバーの間でどのように分け合うかということです。残念ながら、前者のどのような提携が形成されるかという問題については、最近になってようやく研究が行われるようになってきた段階です。これまでの協力ゲーム理論ないしは特性関数形ゲーム理論では、全員提携の形成を前提として理論が発展し、分析の中心はもっぱら後者の利得分配のほうに向けられてきました。つまり、プレイヤーの全員、これを N で表しますが、それが協力したときに得られる利得 $v(N)$ を交渉を通して各プレイヤーはどのように分け合うだろうか、ないしは分け合うべきだろうかという問題です。たとえば、プレイヤー間の交渉を考えるとどうなるだろうか、分配における公平性を保つためにどうしたらよいだろうか、各ゲームの状況におけるプレイヤーの貢献度を反映して $v(N)$ を分けるにはどうしたらよいだろうか、そういう問題が特性関数形ゲーム理論のこれまでの分析の中心になってきました。

特性関数形ゲーム理論には、このようなさまざまな考え方に基づいてコアとか仁とかSS指数のもとになっているシャープレイ値とか、いろいろな解の概念があります。

7 シャープレイ値

時間の都合もごさいますので、コアと仁については省略させていただきます、SS指数のもとになっていますシャープレイ値について説明させていただきます。考え方はSS指数でお話しした通りで、1人ずつ加わって全員提携をつくっていく、その全員提携のつくり方がすべて同じ確率で起こるときの貢献度の期待値、これをシャープレイ値と呼びます。

貢献度についてご説明しましょう。表6をご覧ください。最初の「A←B←C」という、Aがいて、次にBが加わって、Cが加わるという提携形成の順序を考えてみますと、何も無いところにAが加わっても、 $v(A)$ は0ですから、何も変わらない。だからAの貢献度は0です。次に、AがいるところにBが加わりますと、(A、B)という提携ができ、6の利得が得られます。Aだけでは0しか得られなかったところにBが加わって(A、B)ができることによって6得られますので、この増えた分、 $6-0$ の6がBの貢献度です。最後にCが加わったときはどうでしょうか。A、Bだけでは $v(A, B)$ で6だったのですが、Cが加わって $v(A, B, C)$ になりますと20です。したがって、6から20に増えた14がCの貢献度だと考えます。次の「A←C←B」も全く同様です。Aは最初0です。次にCが加わって(A、C)になったときはまだ0ですから、Cの貢献度は0です。そこにBが加わって(A、B、C)になってはじめて20得られますから、Bの貢献度は20です。以下の4つについても同様です。

この6通りの提携形成がすべて同じ確率で起こったときの各プレイヤーの貢献度の期待値、それをもってシャープレイ値と呼びます。この場合、これが全部 $1/6$ の確率で起こりますから、貢献度を縦に足しておいて、最後に $1/6$ を掛けていく。実際に足していただければわかりますけれども、Aの貢献度の合計は30、Bは54、Cは36になりますから、それぞれ6で割りますと、5と9と6になります。つまり、A、B、Cが協力したときの費用軽減分 $v(A, B, C)=20$ (千円)を、A、B、Cにそれぞれ5000万円、9000万円、

6000万円ずつ分けなさい、というのがシャープレイ値の与えるところですよ。

もともとA、B、Cそれぞれ独自にやりますと、Aは2億円、Bは1億7000万円、Cは2億円かかっていたわけです。いま、シャープレイ値によれば3市協力したときの費用軽減分2億円は、Aには5000万円、Bには9000万円、Cには6000万円割り当てられますから、その結果、Aは2億-5000万で、1億5000万円、Bは1億7000万-9000万で8000万円、Cは2億-6000万で1億4000万円払うことになる。これが、3市共同したときの総費用3億7000万円の、シャープレイ値による各市の費用分担となります。

SS指数というのは、先ほども申し上げた通り、投票制度を分析するゲームにおけるシャープレイ値そのものです。いままで過半数に達しなくて議案を通せなかったのが、議案を通せるようになる、そのところで貢献度があるという状況になっていますから、考え方としては全く同じです。

8 連立政権の形成と修正シャープレイ・シュュービック指数

以上が前半の話ですが、もう1時間経ってしまいました。それではここから後半の非協力ゲームによる分析に話題をスイッチします。連立政権の形成、それとSS指数との関係、どのような連立政権が形成され、安定であるか、このような問題を数学的に分析したらどうなるかという話をさせていただきます。

ご存じのように、1993年の非自民各党による細川政権以来、現在の自民党、公明党、保守党による小泉政権まで、わが国でも多くの連立政権が形成されてきています。このような連立政権の中での各政権政党の影響力とかパワーはどのように測ったらいいか。これについてまずお話ししましょう。

前半にお話しした2番目の(2)の例を思い出してください。A党、B党、C党の3党がそれぞれ50議席、49議席、1議席持っていて、議案を通すために51票必要だという状況です。いま、A党とC党が連立政権を

形成したとします。このとき、各党の影響力をどのように考えたらよいでしょうか。

連立政権を形成するという事は、A党、C党が1つのブロックを形成して行動すると考えられます。そうすると、政党が1党ずつ加わって協力関係をつくっていくという状況で、たとえばAが最初に議案を通したい、そこに次にBが加わってきて、最後にCが加わるというような状況は考えられないでしょう。また、C党が議案を通したいときに、次にB党が加わって、次にA党が加わるような状況も考えられない。したがって、この2つの状況、つまり「A←B←C」と「C←B←A」というのは除外して考えていいでしょう。

したがって、「A←C←B」、「C←A←B」、「B←A←C」、「B←C←A」の4通りが残ってきます。この4つについてピヴォットを考えてみますと、「A←C←B」では、Cが加わることによって51票に達しますから、Cがピヴォットです。それに対して、「C←A←B」ではAが加わって51になりますし、「B←A←C」ではBにAが加わったところで51を超える。「B←C←A」では、BにCが加わってもまだ51に達せず、Aが加わって51を超えますから、この3つではいずれもAがピヴォットです。4通りのうち、Aが3通り、Cが1通りピヴォットになり、Bは0です。したがって、Aが3/4で、Bが0、Cが1/4になる。このような指数をこれから修正SS指数と呼ぶことにいたします。

9 細川（非自民）連立政権

修正SS指数を使って、1993年の非自民各党による細川政権を分析してみましょう。実はこの政権が形成される直前まで、もう1つの可能性として、自民党と日本新党、新党さきがけ、この3党で連立政権を組む可能性がありました。もう一方が、社会党、社民連、民社党、公明党、新生党に、日本新党、新党さきがけが入った細川非自民連立政権です。お気づきのように、日本新党、新党さきがけが両方に含まれていて、これがキーになっています。

2つの連立政権における各政権政党の修正SS指数

を計算したのが表7です。日本新党と新党さきがけのどちらの党も非自民連立政権に入ったほうが指数は大きくなっていることがおわかりになると思います。この数字を見る限り、連立政権内での修正SS指数で計った影響力を大きくするという立場から言うと、自民党と組む動機はないと言えます。

ここでは日本新党と新党さきがけのみに注目しましたが、次に、各政党それぞれが、連立政権を組んだときのその中の修正SS指数で計られた自党の影響力をできるだけ大きくするように行動したときにはどういふ連立政権ができるのだろうか、それを非協力ゲーム理論を用いて分析するとどうなるか、というお話をさせていただきます。

10 非協力ゲーム理論と戦略形ゲーム

その前に、非協力ゲーム理論とは何かということをお話しておきます。非協力ゲーム理論というのは、各プレイヤーが独自に意思決定するときはどうすればいいか、ないしは合理的な意思決定って何だろうか、そういう問題を扱う理論です。

一般に非協力ゲームの表現形式は2つあります。1つは、ここで話をする戦略形ゲームという表現の仕方です。もう1つ、展開形ゲームという表現の仕方があります。ご存じの方もいらっしゃるかもしれませんが、意思決定が時間の動きに連れて行われていく状況を記述するには、展開形ゲームは非常に優れた表現になっています。ただ、時間の動きにつれて記述していきますから、複雑な表現になります。きょうは時間の都合もあり、戦略形ゲームのほうだけお話することにいたします。

戦略形ゲームというのは、一般に $(N, \{S_i\}_{i=1, \dots, n}, \{f_i\}_{i=1, \dots, n})$ で表されます。Nはプレイヤーの全体です。S₁からS_nはプレイヤー1からnの戦略の全体です。f_iはプレイヤーiの利得関数です。各プレイヤーがそれぞれに戦略をとったときに結果が決まりますが、各結果に対してプレイヤーiが得る利得を与える関数です。

11 囚人のジレンマ型ゲーム

1つ例を挙げます。表8をご覧ください。これはご存じの方も多いと思いますが、囚人のジレンマ型ゲームと呼ばれるものです。2人プレーヤーがいて、1の戦略には協力と裏切りの2つがあり、それを縦に並べてあります。2の選択肢にも協力と裏切りの2つがあり、それを横に並べてあります。行列の要素は2人のプレーヤーの利得です。1が協力をとって2が協力をとったときには、1は4、2も4の利得が得られます。1が協力をとって2が裏切りをとったときには、1は1の利得を得て、2は5の利得を得る。同様に、1が裏切りをとって2が協力をとったときに、1は5を得て、2は1を得ます。両方が裏切りをとったときには、1は2を得て、2も2を得ます、そういう表現です。これを利得行列による表現といいます。

囚人のジレンマ型ゲームを上戦略形ゲームで表現するとどうなるかを説明しましょう。プレーヤーは1と2です。プレーヤー1の戦略は協力と裏切り、プレーヤー2の戦略も協力と裏切りです。利得関数については、 f_1 (協力、協力) = 4というのは、1が協力、2が協力をとったときの1の利得は4ということを表します。 f_1 (協力、裏切り) = 1は、1が協力、2が裏切りをとったときの1の利得は1ということを表します。以下同様で、 f_2 (裏切り、裏切り) = 2は、1が裏切り、2が裏切りをとったときの2の利得は2ということを表します。プレーヤーが2人の場合には利得行列による表現で十分なのですが、もっと人数が多くなった場合には、このような利得関数による表現が必要になってきます。

次に、囚人のジレンマ型ゲームが与えられたときに、このプレーヤーの1と2はどのような行動をとったらいいだろうかを考えましょう。非協力ゲーム理論の重要な問題は、自分の得られる利得が、自分の行動だけではなくて、ほかの人の行動にも依存してくる、という点です。いま、囚人のジレンマ型のゲームにおいて、プレーヤー1の立場で考えてみましょう。プレーヤー2が協力、裏切りのどちらをとってくるかがわ

からない。もし2が協力をとってきた場合には、1は協力すれば4、裏切れば5得られます。ということは、1ができるだけ利得を大きくしようとすれば、裏切りをとったほうがいい。2がもし裏切りをとってきた場合は、1は協力をとれば1、裏切りをとれば2得られますから、相手2が裏切りをとってきたときにも1はやはり裏切りをとったほうがいい。囚人のジレンマ型ゲームでは、2が協力、裏切りのどちらをとってきたとしても、1は裏切りをとったほうがいいという状況になっています。このことを、ゲーム理論では「1の戦略『裏切り』は『協力』を支配する、ないしは優位である」という言い方をします。

2についても全く同様で、もし1が協力をとってくれば、2は協力をとれば4で、裏切りをとれば5ですから、裏切りをとったほうがいいです。1が裏切りをとってくれば、協力では1で、裏切りでは2ですから、やはり裏切りをとったほうがいい。したがって2についても、1がどうするかわからないけれども、どちらにしろ、裏切りをとったほうがいい。したがって、この囚人のジレンマ型ゲームでは、1が裏切りをとって、2が裏切りをとるのが合理的な意思決定になる。その結果、2人のプレーヤーはともに利得2を得るという結果になります。

両プレーヤーの合理的な行動の結果2人の利得はともに2という状態になるのですが、もし2人が「協力」をとれば、2人ともに利得は4というよりよい状態になります。つまり、2人のプレーヤーそれぞれの合理的な意思決定の結果、2人にとってどちらもよりよくなる状態があるにもかかわらず、それを達成できずに、より悪い状態に陥ってしまう。これが、囚人のジレンマ型ゲームの「ジレンマ」です。

12 男女のジレンマ

非協力ゲームの全部がいまのようにすっきりいけばいいのですが、それはまれなことであって、そう簡単にはいきません。もう1つ例をあげましょう。表9をご覧ください。これは男女のジレンマと呼ばれるゲー

ムです。

どういうストーリーかという、男の子と女の子が、「明日の夜、どこかへ行こうよ」と相談している。男の子は、サッカーを見に行きたい。女の子はコンサートへ行きたい。結局話し合いがつかなくて、「明日の夕方連絡を取り合って、サッカーに行くかコンサートに行くか決めようよ」と言って別れたとします。ところが、当日になって急に連絡がとれなくなった。さてどうしようか。そういう状況を考えてもらえばいいと思います。

いま仮に、1が男の子、2が女の子としましょう。2人とも、できたら同じところへ行きたい。たとえば1がサッカーへ行くと、2がコンサートに行くとか、1はコンサートに行くと、2はサッカーに行ってしまうという場合には、2人は会えなくなってしまいますので一番悪い、利得は0としておきます。それから、1も2もサッカーに行った。そこでたまたま落ち合えた。そうすると、1のほうはできるだけサッカーに行きたいと思っていたので、1にとっては一番いい、2という利得を与えておきます。2のほうは、本当はコンサートと一緒に来たかったのですがサッカーに行ってしまった。しかし、2人がばらばらになるよりはよかったというので、利得1を与えておきます。両方がコンサートに行った場合は、2のほうはできるだけコンサートに行きたかったのだから、2が一番いい状態で、2の利得を得る。1のほうは、できたらサッカーと一緒に来たかったのだから、1という利得を得る。そういう状況で、果たして1と2はそれぞれどうしたらいいだろうかという話です。

この状況ですと、残念ながら、さっきの支配ないしは戦略の優位性という考え方は使えません。なぜかという、たとえば1の立場で見たときに、2がサッカーに来てくれれば、サッカーに行けば2で、コンサートに行けば0ですから、サッカーに行ったほうがいい。ところが、相手がコンサートに行くとすると、サッカーに行けば利得は0で、コンサートに行けば利得は1ですから、コンサートに行ったほうがいい。相手のとる戦略によって、こちらがとるべき戦略

が変わってきてしまいますので、先ほどの支配の概念はここでは使えないわけです。

ではどうしたらいいだろうか。ここで出てくるのがナッシュ均衡という考え方です。ナッシュ均衡とは、相手がとっている戦略のもとで自分の利得を最大にするような戦略をお互いが取り合っている状況です。ないしは、もっと簡単に言ってしまうと、どのプレイヤーも自分だけ戦略を変えてもよくならない状態、これをナッシュ均衡と言います。

この例で言うと、1がサッカーに行くと、2がサッカーに行く状態というのは、2がサッカーを変えない限り、1はサッカーからコンサートに変えると利得は下がってしまいます。同じように、1がサッカーをとっている状態ですと、2はサッカーからコンサートに変えると利得は1から0に落ちてしまいます。だから、お互いサッカーという戦略をとるという状態というのは、どちらも自分だけ戦略を変えても利得はよくならない状態です。ですから、(サッカー、サッカー)、1がサッカーをとると、2がサッカーをとると、というのはナッシュ均衡になります。このゲームではもう1つ(コンサート、コンサート)というナッシュ均衡があります。

先ほどの四人のジレンマ型ゲームにおいて、両プレイヤーともに裏切りをとるのが合理的な意思決定であることをお話ししましたが、実はこの1、2がともに裏切りをとっている状態というのはこのゲームのナッシュ均衡になっています。実際、どちらのプレイヤーも自分だけ協力に変えると利得は2から1に下がってしまいます。

13 連立政権形成の戦略形ゲームによる分析

次に、戦略形ゲームおよびナッシュ均衡を使って連立政権の形成を分析する1つの方法についてお話しします。プレイヤーの全体というのはもちろん政党の全体です。政党iの戦略は、自分が連立を組みたい政党のグループです。あるグループ内の政党すべてがこのグループを選んだ場合に、このグループが造られます。

その結果、各政党の戦略により、幾つかの提携が形成されてきます。それを提携構造と呼びます。各政党は、提携構造の中での自党の修正SS指数を利得とし、これをできるだけ大きくするよう行動するものとします。

たとえばいま、1、2、3という3つの政党しかない状況を考えますと、1の戦略として考えられるのは、どことも提携を組まないで、自分だけでやりますよというのが(1)です。(1、2)というのは2と組みたい、(1、3)というのは3と組みたい、(1、2、3)というのは全部でやりましょう、そういう戦略です。2も同様で、(2)は自分だけでやります、(1、2)は1と組みたい、(2、3)は3と組みたい、(1、2、3)は全員で組みましょうという戦略です。3についても同様です。たとえば1が自分でやりますよということを選択して、2も自分でやる、3も自分でやるということを選択したら、結果は3党がばらばらにやっていくしかありません。もし1は2と組む、2は1と組む、3は1と組む、という戦略をとったとします。このときには、(1、2)というグループができて、3は1党のみでやっていく、そういう結果になります。

14 細川（非自民）連立政権の安定性

最後に、細川政権形成時の議席数のデータをもと

に、この戦略形ゲームを用いて、どのような連立政権が形成されるかを分析した結果について簡単に触れます。利得は修正SS指数で与え、プレイヤーのグループによる逸脱も許すナッシュ均衡を少し強めた概念を用いて分析しますと、細川政権を形成したあの非自民連立政権のみが均衡において実現されるという、非常にシャープな結果が出てきます。

上の提携形成の分析というのは、すべての政党が同時にどういう提携を形成したいかを提示し合うスタティックなフレームワークだったのですが、当然政党間の交渉というのはダイナミックに行われているはずです。提携の案を提示して、それが拒否されたり受け入れられたり、そういう状況を分析するには時間的な問題がありますので、戦略形ではなくて展開形で分析するというのが妥当だと思います。

展開形での提携形成の話というのは、90年代に入ってからいろいろな研究が行なわれています。きょうは時間がないのでこの話には入れませんが、提携形成の話为非協力ゲーム理論のほうから分析するのは最近かなりやられていますので、それと協力ゲーム理論での分析を結びつけたような方向で、これからゲーム理論のいろいろな方向への発展ができるのではないかと私は期待しています。

10分ほどオーバーしてしまいましたけれども、以上で終わります。ご清聴ありがとうございました。

(終わり)

表1 1996年10月衆議院議員選挙直後の各政党の議席数

自由民主党	239
新進党	156
民主党	52
日本共産党	26
社会民主党	15
新党さきがけ	2
民主改革連合	1
無所属	9
計	500

表3 (2) の場合のピヴォット

提携形成の順序	ピヴォット
A←B←C	B
A←C←B	C
B←A←C	A
B←C←A	A
C←A←B	A
C←B←A	A

表2 (1) の場合のピヴォット

提携形成の順序	ピヴォット
A←B←C	B
A←C←B	C
B←A←C	A
B←C←A	C
C←A←B	A
C←B←A	B

表4 1996年10月衆議院議員選挙直後の各政党の議席数とシャープレイ・シュービック指数

	議席数	SS指数
自由民主党	239	0.600
新進党	156	0.099
民主党	52	0.099
日本共産党	26	0.099
社会民主党	15	0.099
新党さきがけ	2	0.0003
民主改革連合	1	0.0002
無所属	9	0.0002
計	500	

表5 1997年7月東京都議会議員選挙前後の各政党の議席数シャープレイ・シュービック指数

	改選前		改選後	
	議席数	SS指数	議席数	SS指数
自由民主党	38	0.404	54	0.502
日本共産党	13	0.116	26	0.160
公明党	25	0.182	24	0.160
民主党	13	0.116	12	0.160
ネット	3	0.021	2	0.002
社会民主党	4	0.028	1	0.002
新進党	4	0.028	0	0
無所属	15	0.007	8	0.002
計	115		127	

表6 費用分担の例における貢献度

提携形成の順序	貢献度		
	A	B	C
A←B←C	0	6	14
A←C←B	0	20	0
B←A←C	6	0	14
B←C←A	12	0	8
C←A←B	0	20	0
C←B←A	12	8	0

表7 日本新党と新党さきがけの修正シャープレイ・シュールピック指数

	議席数	自民・新党	非自民
自民党	233	0.901	0
日本新党	35	0.094	0.165
さきがけ	13	0.005	0.109
社会党	70	0	0.165
新生党	55	0	0.165
公明党	51	0	0.165
民社党	15	0	0.109
社民連	4	0	0.006
無所属	20	0	0.006
共産党	15	0	0

表8 囚人のジレンマ型ゲームの利得行列

		2	
		協力	裏切り
1	協力	4, 4	1, 5
	裏切り	5, 1	2, 2

表9 男女のジレンマの利得行列

		2	
		サッカー	コンサート
1	サッカー	2, 1	0, 0
	コンサート	0, 0	1, 2