

[共同研究]

## 経済システムに関する数理モデルを用いた解析

共同研究者

代表 栗野俊一 (日本大学経済学部教授)  
三井秀俊 (日本大学経済学部教授)  
戸塚英臣 (日本大学経済学部専任講師)

### はしがき

第1の戸塚論文は、連続ウェーブレット変換に基づくWTMM法による多重フラクタル解析を用い、日経平均株価およびS&P 500の実現ボラティリティの対数差分系列、ならびにNikkei 225 Volatility Index およびCBOE VIXの終値の対数差分系列のスケール特性を比較・評価したものである。その結果、株価指数の実現ボラティリティでは特異スペクトル $f(\alpha)$ の幅が相対的に狭く、ピークは概ね1近傍に位置し、単一スケールに近い振る舞いが示された。一方、ボラティリティ指数ではモーメント次数 $q$ への依存が顕著で特異スペクトルの幅が広く、強い多重フラクタル性が観測された。とりわけCBOE VIXではピーク近傍のHölder指数が負側に位置し、スパイク的・急峻な変動が支配的であることをわかった。また、全系列で一般化Hurst指数 $h(q)$ は $q$ に依存して変化し、 $q > 0$  (大振幅領域)で低く、 $q < 0$  (小振幅領域)で相対的に高いという非対称性が確認された。以上より、株価指数の実現ボラティリティは「狭い」多重フラクタル、ボラティリティ指数は「広い」多重フラクタルという対比が明確になった。

第2の三井論文では、Hamiltonian Monte Carlo (HMC)法による確率的分散変動オプションの評価法の解説を行なっている。オプション価格理論において、原資産収益率のボラティリティ (Volatility) は重要な役割を果たしており、オプション価格に対して感応度の高いパラメータであり、Black-Sholesモデルにおいても唯一の未知パラメータとなっている。原資産収益率のボラティリティは経験的な事実として時間を通じて確率的に変動していることが知られており、ボラティリティが確率的に変動しているモデルとして確率的分散変動 (Stochastic Volatility; SV) モデルがある。ここではボラティリティを観測されない変数として扱い、ボラティリティの対数が自己回帰の確率過程に従うとしてモデル化されており、モデルの推定が困難なものとなっている。ここでの研究では、SVモデルをオプション評価へ適用し、HMC法によるベイズ推定法でオプション価格を導出する方法を提案している。この方法によりオプション価格を評価する際のパラメータ推定による誤差を修正することができ、より効率性の高いオプション価格を推定することができるとしている。

第3の栗野論文では、最短経路問題という、一般的でかつ非常に広い応用分野に適用可能な課題を対象に、既存の計算結果を活用することにより、新しい始点からの最短経路を、効率よく求めるという試みを行っている。既存の研究との違いは、既存の計算結果を活用し、その結果を書き換えるというアプローチにある。しかし、その一方、このアルゴリズムが適用可能なグラフのカテゴリーが限定されている点が課題となっている。今回の研究では、極大外平面グラフという、これまでとは違った、グラフの

クラスに対する, このアプローチの適用を行っており, 従来の研究成果である  $O(|V|)$  に対し, 平均的に  $O(1)$  となるアルゴリズムが提案され, 限定された対象とはいえ, 明らかな改善された結果を得ている.

今後, 今回の共同研究で得られた成果を踏めて, さらなる研究成果をあげられるように共同研究を継続していきたい.