ARCH 型モデルによる規制緩和・規制強化による金融市場の構造変化の検証法

三　井　秀　俊

1. はじめに

金融デリバティブ（Financial Derivative）[1]の導入，規制緩和，規制強化により現物市場（spot market）にどのような影響を与えるかを検証することは，金融政策当局にとっては重要なことである．ここで，金融デリバティブとは主に先物（future）やオプション（option）のことを想定している．先物・オプション取引に関しては，委託証拠金・取引証拠金・更新値幅・更新時間の変更やサーキット・ブレーカー制の導入など[2]規制緩和・規制強化の政策変更を行なうことが多い．最近のアメリカの金融市場[3]では，2002 年に個別株式を対象とした「個別株先物取引」[4]が導入され，また 2004 年には「ボラティリティ先物」・「バリアンス先物」も導入されている．一般的な見解としては，先物やオプションは現物市場をより不安定にする要因といわれることもある．しかしながら，厳密に検証されているわけではない．本論文では，特に，規制を行なった前後のある一定期間でのボラティリティ（volatility）[5]の変動に注目する．

金融時系列分析では，モデルの特定化（model specification）・推定（estimation）・予測（forecasting）などの時系列分析を行なう際には，以下の stylized facts に焦点を当てることが多い．（i）Fat tails：株価収益率の分布は正規分布（normal distribution）に比べると裾が厚い分布に従う，（ii）Volatility clustering：ボラティリティが上昇（下落）した後には高い（低い）ボラティリティの期間が続く，（iii）Leverage effects：株価変動とボラティリティとの間には負の相関関係がある，（iv）Long memory：時系列データの自己相関の減少が遅く，長期的に影響を及ぼす，である[6]．そこで，本論文では，金融時系列分析で頻繁に利用され，上記の stylized facts に関してモデルの拡張が容易に可能な ARCH 型モデルを用いて金融市場での規制緩和・規制強化の影響を検証する方法のサーベイを行なう．

Engle（1982）はボラティリティの変動を明示的に捉えるために，各時点のボラティリティを過去の予期しないショックの 2 乗の線型関数として定式化する ARCH（Autoregressive Conditional Heteroskedasticity）モデルを提案した．また，Bollerslev（1986）はボラティリティの説明変数に過去のボラティリティの値を加えて，GARCH（Generalized ARCH）モデルと呼ばれるより一般的なモデルに拡張している[7]．また，株式市場には，株価収益率とボラティリティとの間の関係として，株価収益率が下落すると次期にはボラティリティは上昇し，株価収益率が上昇すると次期にはボラティリティは下落するというある種の非対称な動きがあることが知られている[8]．この経験的な事実に対処するために，Nelson（1991）は EGARCH（Exponential GARCH）モデルを提案した．これら GARCH モデルと EGARCH モデルによる規制緩和・規制強化による構造変化の検証法ついて解説を行なう．

本論文の以下の構成は次の通りである．第 2 節

では，GARCHモデルとEGARCHモデルについて解説を行なう．第3節では，GARCHモデルとEGARCHモデルモデルによる規制緩和・規制強化による構造変化の検証法ついて説明を行なう．最後の第4節では，まとめと今後の課題について述べる．

2. GARCHモデル・EGARCHモデル

この節では以下の通りの解説を行なう．2.1ではBollerslev（1986）のGARCHモデル，2.2ではNelson（1991）のEGARCHモデル，2.3ではモデルの誤差項の仮定，2.4では収益率過程の定式化，2.5では実証研究を行なう上での次数選択に関して各々解説する．

2.1　GARCHモデル

t時点の収益率をR_tとする．S_tをt時点の原資産価格とするとt時点の原資産価格収益率R_tは以下のように定義される．

$$R_t = \frac{S_t - S_{t-1}}{S_{t-1}} . \tag{1}$$

このとき，収益率R_tの過程を以下のようにおく．

$$R_t = \mu + \; {}_t, \tag{2}$$

$$ {}_t = \sigma_t z_t, \quad \sigma_t > 0, \tag{3}$$

$$z_t \sim i.i.d., E[z_t] = 0, Var[z_t] = 1. \tag{4}$$

ここで，（33）式の定数項μは期待収益率，ϵ_tは誤差項であり，収益率に自己相関は無いと仮定する．*i.i.d.*は，過去と独立で同一な分布（independent and identically distributed）を表す．$E[\bullet]$は期待値，$Var[\bullet]$は分散を各々表す．

GARCH（p, q）は，ボラティリティσ_t^2は，過去の予測誤差の2乗と過去のボラティリティの線形の関数として定式化されている．

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \; {}^{2}_{t-i} + \sum_{j=1}^{q} \beta_j \sigma_{t-j}^2 . \tag{5}$$

ここで，ボラティリティの非負性を保証するため$\omega, \alpha, \beta > 0$であると仮定する[9]．また，ボラティリティの過程は定常性を保証するため$\alpha + \beta < 1$であると仮定する．

多くの株式市場では月曜日にボラティリティが他の曜日に比べて高くなる傾向がある[10]ため，以下の定式化によりこの曜日効果を考慮しているという特徴がある．このような場合には，曜日効果を捉えるために以下のようなGARCH-S（seasonal GARCH）を利用することができる．

$$\sigma_t^2 = n_t^{\delta} \left[\omega + n_{t-1}^{-\delta} \left(\sum_{i=1}^{q} \alpha_i \; {}^{2}_{t-i} + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \sigma_{t-j}^2 \right) \right] . \tag{6}$$

ここで，R_tは収益率，n_tは（$t-1$）営業日とt営業日との間の「休業日数＋1」（t営業日の何日前が（$t-1$）営業日となるかを示す），δはt営業日でのボラティリティのスピードを表す．例えば，「t＝月曜日」で前営業日が金曜日ならば，$n_t = 3$であり，ボラティリティはn_t^{δ}倍増加する．

2.2　EGARCHモデル

EGARCH（p, q）は，ボラティリティの対数値を被説明変数としてパラメータの非負制約を取り除き定式化されている．

$$\ln(\sigma_t^2) = \omega + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \{ \theta_1 z_{t-i} + \theta_2 (|z_{t-i}| - E|z_{t-i}|) \} + \sum_{j=1}^{q} \beta_j \ln(\sigma_{t-j}^2). \tag{7}$$

ここで，$\theta_1 < 0$ならば，資産価格が上昇した日の翌日よりも，資産価格が下落した日の翌日の方がボラティリティは上昇する．このモデルでは，ボラティリティの対数値を被説明変数としているため$\omega, \alpha\beta, \theta_1, \theta_2$に非負制約は必要としない．定常性のため$0 < \beta < 1$だけ仮定すればよい．

2.3　誤差項の仮定

株式収益率の分布は，Mandelbrot [1963]，Fama [1965] で指摘されているように正規分布よりも裾が厚い分布であることが知られている．そのため GARCH モデルや EGARCH モデルの誤差項には，正規分布以外の仮定をおく場合が多い．誤差項が標準正規分布に従う場合，(4) 式の z_t は，

$$z_t \sim i.i.d.N\,(0,1) \tag{8}$$

となり，t 分布 (t-distribution) に従う場合には，

$$z_t \sim i.i.d.t\,(0,1,\nu) \tag{9}$$

となる．ここで，ν は自由度 (degree of freedom) を表し，z_t の分散は 1 に基準化されている．t 分布の密度関数は以下のように与えられる．

$$f(z_t)=\frac{\Gamma(\nu+1/2)}{(\pi\nu)^{\frac{1}{2}}\Gamma(\nu/2)}\left(1+\frac{z_t^2}{\nu}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}},$$

$$\nu>0. \tag{10}$$

ここで，$\Gamma(\bullet)$ はガンマ関数 (gamma function)[11] である．また，ν が大きくなると標準正規分布に近似される．誤差項が GED に従う場合には，

$$z_t \sim GED(\eta) \tag{11}$$

となる．ここで，η は裾の厚さを示すパラメータである．GED の密度関数は以下のように与えられる．

$$f(z)=\frac{\eta\exp\left(-\frac{1}{2}\left|\frac{z}{\lambda}\right|^{\eta}\right)}{\lambda 2^{(1+\frac{1}{\eta})}\Gamma(1/\eta)},\quad 0<\eta\leq\infty, \tag{12}$$

$$\lambda=\frac{1}{2^{\frac{1}{\eta}}}\sqrt{\frac{\Gamma(1/\eta)}{\Gamma(3/\eta)}}.$$

$\eta=2$ のとき z は標準正規分布に従う．$\eta<2$ のとき正規分布より裾が厚い分布に従い，$\eta>2$ のとき正規分布より裾が薄い分布に従う．

その他の誤差項の分布の仮定として，一般化 t 分布 (Generalized t Distribution) が考えられる．一般化 t 分布の密度関数は以下のように与えられる．

$$f(z)=\frac{\alpha}{2A\beta^{\frac{1}{\alpha}}B\left(\frac{1}{\alpha},\beta\right)\left[1+\frac{|z|^{\alpha}}{\beta A^{\alpha}}\right]^{\frac{\beta+1}{\alpha}}} \tag{13}$$

$$\alpha\beta>2,\quad \alpha>2,\quad \beta>0$$

$$A\equiv\sqrt{\frac{\Gamma(\beta)\Gamma(1/\alpha)}{\Gamma(3/\alpha)\Gamma(\beta-2/\alpha)}},$$

$$B\left(\frac{1}{\alpha},\beta\right)\equiv\frac{\Gamma(1/\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(1/\alpha+\beta)}$$

ここで，α は GED の u に対応し，β は t 分布の自由度 ν の $\nu/2$ に対応する．したがって，

$$\begin{cases}\beta=\infty \text{ のとき GED}\\ \alpha=2 \text{ のとき } Student-t \text{ 分布}\\ \beta=\infty,\ \alpha=2 \text{ のとき標準正規分布}\end{cases}$$

となる．一般化 t 分布は，t 分布・GED・標準正規分布を包含するため，どの分布が最もデータの当てはまりが良いかの仮説検定を行うことができる．

2.4　収益率の定式化

2.1 で示したように最も簡潔な収益率の過程は (2) 式で表されるが，以下のように他にも考えられる．

$$R_t=\mu+\psi R_{t-1}+\epsilon_t. \tag{14}$$

$$R_t=\mu+\lambda\sigma_t+\epsilon_t. \tag{15}$$

$$R_t=\mu+\psi R_{t-1}+\lambda\sigma_t+\epsilon_t. \tag{16}$$

ここで，λ はリスク・プレミアム (risk premium)[12] を表す．(14) 式は 1 期前の収益率，(15) 式はリスク・プレミアム，(16) 式は 1 期前の収益率とリスク・プレミアムを各々考慮したモデルとなっている．

2.5　GARCH(1, 1) モデルと EGARCH(1, 1) モデル

通常，GARCHモデルやEGARCHモデルの次数選択はAIC（Akaike's Information Criterion）とSIC（Schwart's Information Criterion）の2つの情報量基準に基づいて選択すればよい．最尤法によってパラメータを推定した場合，AIC，SICは次のように計算される．

$$AIC = -2\ln L + 2n \tag{17}$$

$$SIC = -2\ln L + n\ln T \tag{18}$$

$\ln L$ は推定されたパラメータの下で評価した対数尤度，n は推定されたパラメータの数，T は標本数である．しかし，多くの実証研究において，ボラティリティ変動過程の次数を多くしてもあまりパフォーマンスは改善されないことが示されている．GARCH(1, 1) モデルとEGARCHモデルは以下のように表される．

GARCH(1, 1):

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1\epsilon_{t-1}^2 + \beta_1\sigma_{t-1}^2. \tag{19}$$

EGARCH(1, 1):

$$\ln(\sigma_t^2) = \omega + \alpha_1\{\theta_1 z_{t-1} + \theta_2(|z_{t-1}| - E|z_{t-1}|)\} + \beta_1\ln(\sigma_{t-1}^2). \tag{20}$$

次の第3節では，GARCH(1, 1) モデルとEGARCHモデルを用いた場合の構造変化の検証について説明する．

3. 構造変化の検証方法

3.1　GARCHモデルによる検証法

先物・オプション市場の規制緩和・強化により現物市場に構造変化をもたらしたかどうかを分析する方法について渡部（1999）を参考にして解説する．ここでは，以下のGARCH(1, 1) モデルを考える．

$$R_t = \mu + \psi R_{t-1} + \epsilon_t, \tag{21}$$

$$\epsilon_t = \sigma_t z_t,\quad \sigma_t > 0, \tag{22}$$

$$z_t \sim i.i.d.t(0, 1, \nu), \tag{23}$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha\epsilon_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2. \tag{24}$$

ここで構造変化を調べるときには，t 期が規制強化期のときには D_0，緩和後のときには D_1 のダミー変数 D_t を使用すればよい．このとき上記のGARCH(1, 1) モデルは以下のように表される．

$$R_t = \mu_0 + \mu_1 D_t + (\psi_0 + \psi_1 D_t)R_{t-1} + \epsilon_t, \tag{25}$$

$$\epsilon_t = \sigma_t z_t,\quad \sigma_t > 0, \tag{26}$$

$$z_t \sim i.i.d.t(0, 1, \nu_0 + \nu_1 D_t), \tag{27}$$

$$\sigma_t^2 = \omega_0 + \omega_1 D_t + (\alpha_0 + \alpha_1 D_t)\epsilon_{t-1}^2 + (\beta_0 + \beta_1 D_t)\sigma_{t-1}^2. \tag{28}$$

このとき，規制強化期のパラメータは $(\mu_0, \psi_0, v_0, \omega_0, \alpha_0, \beta_0)$ であり，規制緩和期のパラメータは $(\mu_0+\mu_1, \psi_0+\psi_1, v_0+v_1, \omega_0+\omega_1, \alpha_0+\alpha_1, \beta_0+\beta_1)$ となる．このとき $(\mu_1, \psi_1, v_1, \omega_1, \alpha_1, \beta_1)$ が全て0であれば構造変化はなかったことになる．

3.2　EGARCHモデルによる検証法

以下のEGARCH(1, 1) モデルを考える．

$$R_t = \mu + \psi R_{t-1} + \epsilon_t, \tag{29}$$

$$\epsilon_t = \sigma_t z_t,\quad \sigma_t > 0, \tag{30}$$

$$z_t \sim i.i.d.t(0, 1, \nu), \tag{31}$$

$$\ln(\sigma_t^2) = \omega + \alpha\{\theta_1 z_{t-1} + \theta_2(|z_{t-1}| - E|z_{t-1}|)\} + \beta\ln(\sigma_{t-1}^2). \tag{32}$$

ここで，3.1と同様にダミー変数を導入すると，EGARCH(1, 1) モデルは以下のように表される．

$$R_t = \mu_0 + \mu_1 D_t + (\psi_0 + \psi_1 D_t)R_{t-1} + \epsilon_t, \tag{33}$$

$$\epsilon_t = \sigma_t z_t, \quad \sigma_t > 0, \tag{34}$$

$$z_t \sim i.i.d.t(0, 1, \nu_0 + \nu_1 D_t), \tag{35}$$

$$\begin{aligned}\ln(\sigma_t^2) &= \omega_0 + \omega_1 D_t \\ &\quad + (\alpha_0 + \alpha_1 D_t)\{(\theta_{01} + \theta_{11} D_t) z_{t-1} \\ &\quad + (\theta_{02} + \theta_{12} D_t)(|z_{t-1}| - E|z_{t-1}|)\} \\ &\quad + (\beta_0 + \beta_1 D_t)\ln(\sigma_{t-1}^2). \end{aligned} \tag{36}$$

このとき，規制強化期のパラメータは（$\mu_0, \psi_0, \nu_0, \omega_0, \alpha_0, \theta_{01}, \theta_{02}, \beta_0$）であり，規制緩和期のパラメータ は（$\mu_0+\mu_1, \psi_0+\psi_1, \nu_0+\nu_1, \omega_0+\omega_1, \alpha_0+\alpha_1, \theta_{01}+\theta_{11}, \theta_{02}+\theta_{12}, \beta_0+\beta_1$）となる．このとき GARCH モデルの場合と同様に（$\mu_1, \psi_1, \nu_1, \omega_1, \alpha_1, \theta_1, \theta_2, \beta_1$）が全て 0 であれば構造変化はなかったことになる．

3.3　推定と検定

GARCH モデルや EGARCH モデルの推定を行なう際には，最尤法（maximum likelihood method）や疑似最尤法（quasi-maximum likelihood method）を利用すればよい．最近では *PcGive*[13] のなどの統計・時系列分析ソフトにより容易に推定を行なえるようになっている．特に，ARCH 型モデルの推定には G@RCH[14] を利用することができる．

構造変化がなかったかどうかの検定は，GARCH モデルと EGARCH モデルの各々の場合に，以下の帰無仮説 H_0 に関して尤度比検定を行なえばよい．

$$H_0 : \mu_1 = \psi_1 = \nu_1 = \omega_1 = \alpha_1 = \beta_1 = 0 \tag{37}$$

$$\begin{aligned} H_0 : \mu_1 = \psi_1 = \nu_1 = \omega_1 = \alpha_1 = \theta_1 = \theta_2 \\ = \beta_1 = 0 \end{aligned} \tag{38}$$

帰無仮説 H_0 が棄却された場合には，各々のパラメータの有意性を t 検定で調べてどのパラメータが変化しているか検証すればよい．

帰無仮説 H_0 の制約下で推定を行なったときの尤度を L_0，制約なしの下で推定を行なった場合の尤度を L_1 とする．尤度比検定は，

$$2(\ln L_0 - \ln L_1) \tag{39}$$

が漸近的に帰無仮説 H_0 の下で制約されるパラメータ数が χ^2 分布に従うことを用いて検定統計量として利用する．

4．まとめと今後の課題

本論文は，ARCH 型モデルを用いて金融市場での規制緩和・規制強化の影響を検証する方法のサーベイを行なったものである．ここでは，代表的な ARCH 型モデルである GARCH モデルと EGARCH モデルに関して解説を行なったが，他の ARCH 型[15] モデルを利用しても同様の検証は可能である．規制緩和・規制強化の後の政策的評価を詳細に実証的検証を行なうことは重要であると思われる．アメリカの金融市場において，デリバティブ[16] の導入・規制が現物市場を不安定にしているかどうかを ARCH 型モデルで実証研究を行なっているものとして，John, Gleb and Charles（2001），Darrat, Rahman and Zhong（2002）などがある．特に，証券市場での先物・オプション取引は現物市場を攪乱させる原因であるなど感情的な見解[17] も多々見受けられるので，今後，多くの実証研究がなされることが期待される．

（日本大学経済学部准教授）

注

1）一般的に，先渡・先物・オプション・スワップを指す．株式市場・債券市場・外国為替市場で導入されている．

2）詳しくは，大村・宇野・川北・俊野（1998）を参照.

3）財団法人日本証券経済研究所［編］（2005）を参照.

4）詳しくは，吉川（2006）を参照.

5）ボラティリティは資産収益率の分散（variance）あるいは標準偏差（standard deviation）により定義され，ファイナンス理論では危険資産（株式など将

来の収益が不確定な資産）のリスクの指標として用いられる.

6）詳しくは，Shephard（1996），Campbell, Lo and Mackinlay（1997）を参照.

7）ARCH型モデルに関して，統計的性質・方法については，Bollerslev, Chou and Kroner（1992），Bera and Higgins（1993），Bollerslev, Engle and Nelson（1994），Taylor（1994），Shephard（1996），渡部（2000），Hol（2003）を参照.

8）株式市場ではレバレッジ・エフェクト（leverage effcts）と呼ばれる．特に，株式市場では，“good news”よりも“bad news”の方により反応する傾向がある．詳しくは，Black（1976），Nelson（1991），Bekaert and Wu（2000）を参照.

9）GARCH（1, 1）の場合には，非負制約は必要十分条件となる．但し，高次のGARCH（p, q）の場合にはパラメータの非負制約を緩めることができる．詳しくは，Nelson and Cao（1992）を参照.

10）詳しくは，French and Roll（1986），Nelson（1991）を参照.

11）ガンマ関数は以下のように定義される.

$$\Gamma(z)=\int_0^\infty x^{z-1}e^{-x}dx,\quad for\ z>0$$

また，ガンマ関数は以下のような性質を持つ.

1. $\Gamma(z+1)=z\,\Gamma(z)$
2. $\Gamma(z+1)=z\,!$
3. $\Gamma(1/2)=\sqrt{\pi}$
4. $\log\Gamma(z)=\log(2\pi)/2+(z-1/2)\log z-z+\theta/12z,\ \theta\in(0,1)$

12）危険資産の期待収益率と安全資産収益率との差をリスク・プレミアムと呼ぶ.

13）詳しくは，Doornik and Hendry（2001），Doornik（2006），ヘンドリー・ドーニック（2006）を参照.

14）詳しくは，Laurent and Peters（2002），Laurent and Peters（2006）を参照.

15）例えば，PNPGARCHモデル（Partial Non-Parametric GARCH），NGARCHモデル（Nonlinear asymmetric GARCH），AGARCHモデル（Asymmetric GARCH），VGARCHモデルなどである.

16）詳しくは，高橋（1992, 2002）を参照.

17）1990年代には，我が国でも「先物悪玉説」などという見解が存在した.

参考文献

大村敬一・宇野淳・川北英隆・俊野雅司（1998）『株式市場のマイクロストラクチャー』日本経済新聞社.

財団法人日本証券経済研究所［編］（2005）『アメリカの証券市場』財団法人日本証券経済研究所.

高橋弘（1992）『アメリカの先物・オプション市場』東洋経済新報社.

———（2002）『先物世界の構図―21世紀グローバル市場のスケッチ―』商事法務.

ヘンドリー，D. F. and J. A. ドーニック（市川博也［訳・解説］）（2006）『PcGiveによる時系列分析入門』日本評論社.

吉川真裕（2006）「アメリカでの個別先物の離陸」大阪証券取引所『先物・オプションレポート』Vol.18, No.3，*http://www.ose.or.jp/futures/report/0603.pdf.*

渡部敏明（1999）「日経225先物価格と現物指数の変動の構造変化」建設省道路局財団法人財政経済協会『マクロ経済の構造変化に関する調査研究』.

————（2000）『ボラティリティ変動モデル』朝倉書店.

Bekaert, G. and G. Wu (2000) “Asymmetric Volatility and Risk in Equity Markets,” *Review of Financial Studies*, 13, pp.1-42.

Bera, A. K. and M. L. Higgins (1993) “On ARCH Models: Properties, Estimation and Testing,” *Journal of Economic Surveys*, Vol.7, pp.305-366.

Black, F. (1976) “Studies of Stock Market Volatility Changes,” *Proceedings of the American Statistical Association, Business & Economic Statistics Section*, pp.177-181.

Bollerslev, T. (1986) “Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity,” *Journal of Econometrics*, Vol.31, pp.307-327.

Bollerslev, T., R. Y. Chou and K. F. Kroner (1992) “ARCH Modeling in Finance: A Review of the Theory and

Empirical Evidence," *Journal of Econometrics*, Vol.52, pp.5-59.

Bollerslev, T., R.F. Engle and D.B. Nelson (1994) "ARCH Models," in R.F. Engle and D. McFadden (eds.), *Handbook of Econometrics*, Vol.4, pp.2959-3038, Amsterdam: North-Holland.

Campbell, J.Y., A.W. Lo and A.C. Mackinlay (1997) *The Econometrics of Financial Markets*, Princeton University Press; 祝迫得夫・大橋和彦・中村信弘・本多俊毅・和田賢治（訳）(2003)『ファイナンスのための計量分析』共立出版.

Darrat, A.D., S. Rahman and M. Zhong (2002) "On The Role of Futures Trading in Spot Market Fluctuations: Perpetrator of Volatility or Victim of Regret," Vol.25, pp.431-444.

Doornik, J.A. (2006) *An Introduction to OxMetrics 4 – A Software System for Data Analysis and Forecasting*, London: Timberlake Consultants Ltd.

Doornik, J.A. and D.F. Hendry (2001) *Econometric Modelling Using PcGive 10 Volume III*, London: Timberlake Consultants Ltd.

Fama, E. (1965) "The Behavior of Stock Prices," *Journal of Business*, Vol.38, pp.34-105.

French, K.R. and R. Roll (1986) "Stock Return Variance: The Arrival of Information and the Reaction of Traders," *Journal of Financial Economics*, Vol.17, pp.5-26.

Hol, E.M.J.H. (2003) *Empirical Studies on Volatility in International Stock Markets*, Kluwer Academic Publishers.

John, B., S. Gleb and S. Charles (2001) "The Effect of Futures Market Volume on Spot Market Volatility," *Journal of Business Finance and Accounting*, Vol.28, pp.799-819.

Laurent, S. and J.-P. Peters (2002) "G@RCH 2.2: An Ox Package for Estimating and Forecasting Various ARCH Models," *Journal of Economic Surveys*, Vol.16, pp.447-485.

———— (2006) *Estimating and Forecasting ARCH Models Using G@RCH 4.2*, Timberlake Consultants Ltd.

Mandelbrot, B. (1963) "The Variation of Certain Speculative Prices," *Journal of Business*, Vol.36, pp.394-416.

Nelson, D.B. (1991) "Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach," *Econometrica*, Vol.59, pp.347-370.

Nelson, D.B. and C.Q. Cao (1992) "Inequality Constraints in the Univeriate GARCH Model," *Journal of Business & Economic Statistics*, Vol.10, pp.229-235.

Shephard, N. (1996) "Statistical Aspects of ARCH and Stochastic Volatility," in D.R. Cox, D.V. Hinkley and O.E. Barndorff-Nielsen (eds.), *Time Series Models in Econometrics, Finance and other Fields*, pp.1-67, London: Chapman & Hall.

Taylor, S.J. (1986) *Modelling Financial Time Series*, John Wiley & Sons; 新日本証券 / 新日本証券調査センター（訳）(1988)『金融先物・オプションの価格変動分析』東洋経済新報社.

———— (1994) "Modeling Stochastic Volatility: A Review and Comparative Study," *Mathematical Finance*, Vol.4, pp.183-204.