

# Large trader の健全性が通貨投機に与える影響

豊 福 建 太

## 1. はじめに

近年の通貨危機の発生メカニズムにおいて、large trader の役割が注目を集めている。

1998 年のロシア通貨危機においては、米国のヘッジファンドのロング・ターム・キャピタル・マネージメント (LTCM) の破綻が通貨・金融市場に与える影響が懸念された。また、1997 年のアジア通貨危機においては、マレーシアの通貨リングットの下落に際し、ジョージ・ソロス氏の行動との関連性が問題視された。このように近年の通貨危機においては、large trader の行動が、通貨の安定性や市場の流動にどのような影響を与えるのかという観点が重要視されている。そこで本論文では、large trader の健全性の変化が、他の small investors にどのような影響を与え、その結果として通貨の安定性に対して与える影響について事前・事後の効率性の観点から考察する。

旧来の通貨危機のモデルにおいては、その国の経済のファンダメンタルズの水準によって複数均衡が発生（すなわちファンダメンタルの水準がある領域にあるとき、通貨危機が発生するかしないかは投資家の予想に依存）し、通貨危機が投資家の自己実現的に決定されると考えられてきた<sup>1)</sup>。そのため、このような自己実現的な通貨危機に対しては、事前にどのくらいの確率で通貨危機が起きるのか、またどういう要因によって通貨危機が発生するのかということを分析することは不可能であった。しかし、近年のゲーム理論の均衡選択

理論の精緻化、特にグローバル・ゲームという概念の登場によってこの複数均衡の問題を解決することができるようになった。Morris and shin (1998) は、このグローバル・ゲームという概念を用い、ある国の経済のファンダメンタルズがある閾値以下ならば通貨危機が発生し、そうでなければ危機が発生しないことを示した。さらに Corsetti et al (2004) では、large trader と small investors というプレイヤーが非対称な状況でもグローバルゲームを用いた分析が可能であることを示した。そして、large trader の存在によって、通貨危機の発生する均衡がより選ばれやすくなることを示した。このような結論になる背景に、Corsetti et al (2004) では、large trader の方が small investors より情報優位にあるという設定の下、small investors が large trader の行動に従うことが合理的になるという coordination の問題が緩和されることから通貨危機が起きるメカニズムを説明していた。

しかし Corsetti et al (2004) では、large trader と small investors との間の利益相反の問題は考慮されてこなかった。上述のように実際の通貨危機においては、large trader と small investors との行動の違いが通貨危機の発生にどのような影響を与えるのかということを理論的に分析することが必要であると考えられる。そこで本論文では、Corsetti et al (2004) の枠組みに、政府の行動の視点を考慮したものに拡張し、この問題について考える。

その際特に、large trader の健全性の変化が各投

資家間の coordination に与える影響を分析し、それが政府の行動や事前の政府の資金調達に与える影響について考え、通貨危機における large trader の健全性がある国の経済効率に与える影響を分析する。

本論文で示す結果は以下のとおりである。まず、large trader の健全性が損なわれると、large trader は通貨を保有する政府に対して risky な行動をとってほしいと思う一方、small investors は政府に safe な行動をとってほしいという投資家間での利益相反の問題が生じ、その結果、事後的に coordination failure が生じてしまい、事後的な効率性が損なわれることを示す。次に、このような事後の行動から、事前に政府が資金を調達する際、高い金利を支払わなければならなくなり、結果として事前の段階で政府に risky な行動を促すことになり、事前の効率性も損なわれてしまうことを示す。

本論文の構成は以下のとおりである。第2節では、モデルを提示する。第3節では、政府の行動について考える。第4節では、投資家の行動について考える。第5節では、large trader の健全性について比較静学を行う。第6節では、まとめにあてる。

## 2. モデル

$t = 0, 1, 2$  の三期間からなり、プレイヤーとしては政府と投資家が存在し、投資家は large trader と small investors が存在するものとする。政府は1単位の資金を投資家から  $t = 0$  に借り入れて事業を行う。この一単位のうち  $\lambda$  ( $0 \leq \lambda \leq 1$ ) を large trader から、 $1 - \lambda$  を small investors から資金提供を受ける。ここで large trader は  $t = 0$  で既存債務  $d$  ( $0 < d$ ) を持っていると仮定する。

$t = 1$  で、プロジェクトのクオリティ  $\theta$  が実現し、large trader と small investors はこのクオリティに関するシグナル  $x_B$  と  $x_I$  をそれぞれ受け取るものとする。ここで  $x_B = \theta + \epsilon_B$  with  $\epsilon_B \sim N(0, \frac{1}{\alpha})$  かつ  $x_I = \theta + \epsilon_i$  with  $\epsilon_i \sim N(0, \frac{1}{\beta})$  を仮定する。 $\epsilon_i$

は他の投資家に対して i.i.d. になっており、 $\epsilon_B$  と  $\epsilon_i$  は  $\theta$  に対して独立であるとする。また  $\alpha \geq \beta$  を仮定し、large traderの方が small investors よりもシグナルの情報の精度が高い状況を想定する。

両投資家は、受け取ったシグナルを観察し、資金を continue するか withdraw するかを決める。もし large trader が withdraw したとき、liquidation value の  $L_B (< \lambda)$  を受け取ることができ、small investor が withdraw したときは、各々  $L_I (< 1)$  を受け取ることができるとする。ここで  $\tau = t = 1$  で continue された資金の総額とし、 $l$  を small investors のうち continue を選んだ割合とする。その後  $t = 1$  では、政府は  $\theta$  を観察し、safe な事業を行うか risky な事業を行うかを決める。 $t = 2$  では、政府の事業の output が実現し、large trader は  $r_B$  の支払いを受け、small investors は  $r_I$  の支払いを受ける。仮に政府が default したときには、両投資家は資金提供した割合分だけ残余資産を受け取ることができるとする。

政府のプロジェクトの収益はどれだけの資金が continue されるか、またその後政府が safe か risky のどちらのプロジェクトを選択するかに依存して決まる。 $t = 1$  で  $\theta$  が実現し、 $\tau$  の資金が continue されたとする。このとき政府が safe project を選んだ時、 $t = 2$  での収益は確率 1 で  $v(\tau) \theta$  (ただし  $v' > 0, v'' > 0, v(0) = 0, v(1) = 1$ ) となる。すなわち収益はより多くの投資家が continue を選ばれば選ぶほど大きくなるという strategic complementarity の仮定を入れている。一方、政府が risky project を選んだ時、収益は確率 1/2 で  $v(\tau) (2\theta - \delta)$  (ただし  $\delta > 0$ ) となり、確率 1/2 で 0 になるとする。以上より、すべての  $\theta$  において safe project が実行されるのが社会的には効率的である状況を想定する。

## 3. 政府の選択

この節では、政府のインセンティブについて考える。政府が safe project を取るインセンティブは、どれだけの投資家が  $t = 2$  まで投資を continue

したかに依存する。  $\tau^i$  と  $R^i$  ( $i = c, w$ ) を large trader が continue (withdraw) した下での、continue した投資家の数と continue された投資の総額とする。

$$\tau^c = \lambda + l(1 - \lambda), \quad R^c = r_B + l(1 - \lambda)r_I$$

$$\tau^w = l(1 - \lambda), \quad R^w = l(1 - \lambda)r_I.$$

と表すことができる。

政府が safe project を選んだ時、  $t = 2$  での output は、確率 1 で  $v(\tau^i)\theta$  となる。ここで  $M_S$  を large trader が continue を選び、政府が safe project を選んだ時の政府の  $t = 2$  での payoff とすると、  $M_S$  は次のように書ける。

$$M_S = \begin{cases} 0 & \text{if } \theta < \frac{R^i}{v(\tau^i)} \\ v(\tau^i)\theta - R^i & \text{if } \theta \geq \frac{R^i}{v(\tau^i)}. \end{cases}$$

次に、政府が risky project を選んだ時を考える。この時、  $\theta$  の下で、確率  $1/2$  で  $v(\tau)$  ( $2\theta - \delta$ ) が実現し、確率  $1/2$  で 0 が実現する。前のケースと同様に、  $M_R$  を政府が risky project を選んだ時の  $t = 2$  での payoff とすると、  $M_R$  は以下のように表せる。

$$M_R = \begin{cases} 0 & \text{if } \theta < \frac{1}{2}\left(\frac{R^i}{v(\tau^i)} + \delta\right) \\ \frac{1}{2}\{v(\tau^i)(2\theta - \delta) - R^i\} & \text{if } \theta \geq \frac{1}{2}\left(\frac{R^i}{v(\tau^i)} + \delta\right). \end{cases}$$

となる。

以上より、政府は  $M_S \geq M_R$  が成立するとき、safe project を実行する。すなわち、この条件は以下のようになる。

$$\frac{1}{2}\{v(\tau^i)(2\theta - \delta) - R^i\} \leq v(\tau^i)\theta - R^i$$

$$\frac{R^i}{\delta} \leq v(\tau^i) \quad (1)$$

#### 4. 投資家の意思決定

この節では、投資家の行動（すなわち投資を continue するか、withdraw するか）について考える。上述のようなモデルにおいての均衡は、投資家の switching 戦略を考えればよいことが知られている（Corsetti et al (2004)）。すなわち、large

trader は受け取ったシグナルがある閾値  $x_B^*$  以下なら withdraw し、以上なら continue するというもので、同様に small investors も受け取ったシグナルが  $x_I^*$  以下なら withdraw し、それ以上なら continue するというものである。そこで以下では、両投資家の均衡の switching 戦略を導出する。

#### 4.1 small investors の戦略

まず small investors について考える。small investors の payoff は以下の三つに依存して決まる。すなわち、他の small investors がどれだけ continue したのか、large trader が continue したのか、そして、政府がどちらのプロジェクトを選択したのかである。そこでまず、small investors の中で  $x_I^*$  よりも大きいシグナルを観察したものの割合（すなわち  $l$ ）は、  $x_I \sim N(\theta, \frac{1}{\beta})$  であることに注意すると、

$$l = \text{prob}(x_I \geq x_I^* | \theta) \\ = \Phi(\sqrt{\beta}(\theta - x_I^*))$$

となる。ただし、  $\Phi(\cdot)$  は正規累積密度関数を表している。

$l$  は  $\theta$  の増加関数であるので、  $\tau^i$  も  $\theta$  の増加関数であることがわかる。ここで  $\bar{\theta}^c$  ( $\bar{\theta}^w$ ) を、large trader が continue (withdraw) したときの、政府が safe project を選ぶ cut off point とする。すると、以下の補題を導くことができる。

##### Lemma 1

$R$  や  $\delta$  が小さい時、また、戦略的補完の程度が小さい時、政府はより safe project を実行するインセンティブを持つ。

（証明） Appendix 1 を参照。

次に、small investors の payoff を計算する。その際、以下の四つのケースに分けて計算する。

##### (1) large trader が continue し、政府が safe project を選んだ時

この時、  $x_I$  のシグナルを受け取った下での  $\theta$  についての条件付き確率分布は  $\theta | x_I \sim N(x_I, \frac{1}{\beta})$  となる。  $x_B = \theta + \epsilon_B$  かつ  $\epsilon_B \sim N(0, \frac{1}{\alpha})$  なので、  $x_I$  のも

とでの  $x_B$  の条件付き確率分布は  $x_B | x_I \sim N(x_I, \frac{a+\beta}{a\beta})$  となる。よって、 $x_I$  のシグナルを受け取った投資家は、large trader が continue する確率を

$$\text{prob}(x_B \geq x_B^* | x_I) = 1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{a\beta}{a+\beta}}(x_B^* - x_I)\right) \equiv P_1.$$

として算出する。

さらに、政府が safe project を選ぶ確率も以下のようにして算出する<sup>2)</sup>

$$\begin{aligned} \text{prob}(\theta \geq \bar{\theta}^c | x_B \geq x_B^*, x_I) &= \frac{\text{prob}(\theta \geq \bar{\theta}^c, x_B \geq x_B^* | x_I)}{\text{prob}(x_B \geq x_B^* | x_I)} \\ &= \frac{\int_{\bar{\theta}^c}^{+\infty} g_1(\theta, x_B^*, x_I) d\theta}{P_1}. \end{aligned}$$

ただし  $g_1(\theta, x_B^*, x_I) \equiv \Phi(\sqrt{a}(\theta - x_B^*))\phi(\sqrt{\beta}(\theta - x_I))$  である。またこの時、continue される投資の割合は  $\tau^c = \lambda + l(1 - \lambda)$  である。 $\pi_I^S(\tau^c, R^c)$  を small investor の期待利得とすると、

$$\pi_I^S(\tau^c, R^c) = \begin{cases} r_I & \text{if } \theta \geq \frac{R^c}{v(\tau^c)} \\ \frac{v(\tau^c)\theta r_I}{R^c} & \text{if } \theta < \frac{R^c}{v(\tau^c)}. \end{cases}$$

## (2) Large trader が continue し、政府が risky project を選んだ時

この時、 $x_I$  のシグナルを受け取った small investor が、large trader が continue するもとで、政府が risky project を選ぶと考える確率は以下になる。

$$\text{prob}(\theta \leq \bar{\theta}^c | x_B \geq x_B^*, x_I) = \frac{\int_{-\infty}^{\bar{\theta}^c} g_1(\theta, x_B^*, x_I) d\theta}{P_1}.$$

ただしこのとき、 $\tau^c = \lambda + l(1 - \lambda)$  である。ここで  $\pi_I^R(\tau^c, R^c)$  を small investor の期待利得とすると、

$$\pi_I^R(\tau^c, R^c) = \begin{cases} \frac{r_I}{2} & \text{if } \theta \geq \frac{1}{2}\left(\frac{R^c}{v(\tau^c)} + \delta\right) \\ \frac{v(\tau^c)(2\theta - \delta)r_I}{2R^c} & \text{if } \theta < \frac{1}{2}\left(\frac{R^c}{v(\tau^c)} + \delta\right). \end{cases}$$

となる。

## (3) Large trader が withdraw し、政府が safe project を選んだ時

この時、 $x_I$  のシグナルを受け取った small investor が、large trader が withdraw すると考える確率は、

$$\text{prob}(x_B \leq x_B^* | x_I) = 1 - P_1.$$

となる。さらに、large trader が withdraw するもとで、政府が risky project を選ぶ確率は

$$\text{prob}(\theta \geq \bar{\theta}^w | x_B \leq x_B^*, x_I) = \frac{\int_{\bar{\theta}^w}^{+\infty} g_2(\theta, x_B^*, x_I) d\theta}{1 - P_1}.$$

となる。ただし、 $g_2(\theta, x_B^*, x_I) \equiv \Phi(\sqrt{a}(x_B^* - \theta))\phi(\sqrt{\beta}(\theta - x_I))$  である。このとき、

$\tau^w = l(1 - \lambda)$  である。 $\pi_I^S(\tau^w, R^w)$  をこのときの small investor の期待利得とすると、

$$\pi_I^S(\tau^w, R^w) = \begin{cases} r_I & \text{if } \theta \geq \frac{R^w}{v(\tau^w)} \\ \frac{v(\tau^w)\theta r_I}{R^w} & \text{if } \theta < \frac{R^w}{v(\tau^w)}. \end{cases}$$

となる。

## (4) Large trader が withdraw し、政府が risky project を選んだ時

この時、 $x_I$  のシグナルを受け取った small investor が、large trader が withdraw するもとで、政府が risky project を選ぶと考える確率は以下になる。

$$\text{prob}(\theta \leq \bar{\theta}^w | x_B \leq x_B^*, x_I) = \frac{\int_{-\infty}^{\bar{\theta}^w} g_2(\theta, x_B^*, x_I) d\theta}{1 - P_1}.$$

この時、前のケースと同様に、 $\tau^w = l(1 - \lambda)$  となる。 $\pi_I^R(\tau^w, R^w)$  を small investor の期待利得とすると、

$$\pi_I^R(\tau^w, R^w) = \begin{cases} \frac{r_I}{2} & \text{if } \theta \geq \frac{1}{2}\left(\frac{R^w}{v(\tau^w)} + \delta\right) \\ \frac{v(\tau^w)(2\theta - \delta)r_I}{2R^w} & \text{if } \theta < \frac{1}{2}\left(\frac{R^w}{v(\tau^w)} + \delta\right). \end{cases}$$

となる。

ここで  $E[\pi_I | x_I]$  を  $x_I$  のシグナルを受け取った small investor の期待利得とすると、以下のように表現される。

$$\begin{aligned}
 E[\pi_I | x_I] = & \frac{1}{P_1} \left\{ \int_{\bar{\theta}^c}^{r+\infty} g_1(\theta, x_B^*, x_I) \pi_I^S(\tau^c, R^c) d\theta \right. \\
 & + \int_{-\infty}^{\bar{\theta}^c} g_1(\theta, x_B^*, x_I) \pi_I^R(\tau^c, R^c) d\theta \Big\} \\
 & + \frac{1}{1-P_1} \left\{ \int_{\bar{\theta}^w}^{r+\infty} g_2(\theta, x_B^*, x_I) \pi_I^S(\tau^w, R^w) d\theta \right. \\
 & + \int_{-\infty}^{\bar{\theta}^w} g_2(\theta, x_B^*, x_I) \pi_I^R(\tau^w, R^w) d\theta \Big\}. \quad (2)
 \end{aligned}$$

以上より、switching point の  $x_I^*$  は以下を満たすように決定される。

$$L_I = E[\pi_I | x_I].$$

ここから以下の命題を導くことができる。

**Proposition 1**

$E[\pi_I | x_I]$  は  $x_I$  に関して厳密に増加関数であるので、 $x_I^*$  は *unique* に決まる。

（証明） Appendix 3 を参照のこと。

## 4.2 Large trader の選択

次に、large trader のインセンティブについて考える。Large trader が *continue* を選んだ時、そのペイオフは small investors のうちどれぐらいの割合が *continue* したのか、政府がどちらのプロジェクトを選ぶのか、large trader の既存債務の量がどれだけあるのかに依存して決まる。

まず、政府が *safe project* を選ぶとき、large trader の期待利得  $\pi_B^S$  は以下ようになる。

$$\pi_B^S(\tau^c, R^c, d) = \begin{cases} r_B - d & \text{if } \frac{R^c}{v(\tau^c)} \leq \theta \\ \frac{v(\tau^c) \theta r_B}{R^c} - d & \text{if } \frac{R^c}{v(\tau^c)} > \theta. \end{cases}$$

次に、政府が *risky project* を選んだ時の期待利得は次のようになる。

$$\pi_B^R(\tau^c, R^c, d) = \begin{cases} \frac{1}{2}(r_B - d) & \text{if } \frac{1}{2}\left(\frac{R^c}{v(\tau^c)} + \delta\right) \leq \theta \\ \frac{1}{2}\left(\frac{v(\tau^c)(2\theta - \delta)r_B}{R^c} - d\right) & \text{if } \frac{1}{2}\left(\frac{R^c}{v(\tau^c)} + \delta\right) > \theta. \end{cases}$$

$\pi_B^S$  と  $\pi_B^R$  を比較すると、以下の補題を導くことができる。

**Lemma 2**

$0 \leq d < \frac{r_B \delta v(\tau^c)}{R^c}$  の時、 $\pi_B^R < \pi_B^S$  がすべての  $\theta$  に対して成立する。 $d \geq \frac{r_B \delta v(\tau^c)}{R^c}$  の時、 $\theta \geq \theta_1$  ならば  $\pi_B^R > \pi_B^S$  が成立し、 $\theta > \theta_1$  ならば  $\pi_B^R < \pi_B^S$  が成立する。ただし  $\theta_1 = \frac{(r_B + d)R^c}{2v(\tau^c)r_B}$  である。

補題 2 は、large trader の既存債務が大きくなるほど、large trader は政府に *risky project* を取ってほしいと思うようになることを表している。

次に、large trader の switching point  $x_B$  の決定式について考える。 $x_L$  のシグナルを受け取った large trader は、 $\theta$  が  $\theta \sim N(x_B, \frac{1}{a})$  と分布していると考ええる。よって、large trader が *continue* したとき、政府が *safe project* を実行する確率は  $\text{prob}(\theta \geq \bar{\theta}^c | x_B) = 1 - \Phi(\sqrt{a}(\bar{\theta}^c - x_B))$  となる。これを用いると、 $x_B^*$  は以下のように決定される。

$$\{1 - \Phi(\sqrt{a}(\bar{\theta}^c - x_B^*))\} \pi_B^S + \Phi(\sqrt{a}(\bar{\theta}^c - x_B^*)) \pi_B^R = L_B - d \quad (3)$$

以上より、以下の命題を導くことができる。

**Proposition 2**

(3)の左辺は  $x_B$  に関して単調増加なので、 $x_B^*$  は *unique* に決まる。

（証明） Appendix 4 を参照。

以上より、small investors と large trader の switching point を求めることができた。

## 5. $r_I$ と $r_L$ の決定式

この節では、前節までに導いた  $t = 1$  での均衡を踏まえ、 $r_I$  と  $r_L$  がどのようにして決定されるのかを考える。まず  $r_I$  について考える。small investor は  $x_I^*$  より下のシグナルを観察したときは  $L_I$  をうけとるので、 $r_I$  は以下の式によって決定される。

$$\begin{aligned}
 1 = & \int_{-\infty}^{x_I^*} L_I f(x_I) dx_I \\
 & + \text{prob}(\theta \geq \bar{\theta}^c | x_B \geq x_B^*, x_I \geq x_I^*) \pi_I^S(\tau^c, R^c) \\
 & + \text{prob}(\theta \leq \bar{\theta}^c | x_B \geq x_B^*, x_I \geq x_I^*) \pi_I^R(\tau^c, R^c) \\
 & + \text{prob}(\theta \geq \bar{\theta}^w | x_B \leq x_B^*, x_I \geq x_I^*) \pi_I^S(\tau^w, R^w) \\
 & + \text{prob}(\theta \leq \bar{\theta}^w | x_B \leq x_B^*, x_I \geq x_I^*) \pi_I^R(\tau^w, R^w). \quad (4)
 \end{aligned}$$

(4) 式の右辺第一項は、liquidation value の期待



値である。第二項は、large trader が continue し、かつ政府が safe project を選んだ時の期待利得である。

次に、 $r_L$  は以下の式によって決定される。

$$\lambda = \int_{-\infty}^{x_B^*} L_B f(x_B) dx_B + \text{prob}(\theta \geq \bar{\theta}^c | x_B \geq x_B^*) \pi_B^S(\tau^c, R^c, 0) + \text{prob}(\theta < \bar{\theta}^c | x_B \geq x_B^*) \pi_B^R(\tau^c, R^c, 0) \quad (5)$$

ここで、 $r_B$  が決定される際は、 $d$  の大きさは考慮されない点に注意されたい。以上より、このモデルの均衡  $(\bar{\theta}^c, \bar{\theta}^c, x_I^*, x_B^*, r_I, r_B)$  は (1), (2), (3), (4), (5) より導かれることになる。

## 6. 比較静学

この節では、large trader の健全性が事前と事後の効率性にどのような影響を与えるのかを比較静学によって検討する。すなわち、 $d$  の変化が、他のプレイヤーの均衡戦略にどのような影響を与えるのかを考察する。まず最初に  $x_B^*$  と  $d$  に関して、以下の命題を導くことができる<sup>3)</sup>。

### Proposition 3

$$\frac{\partial x_B^*}{\partial d} < 0 \text{ if } 0 \leq d < \frac{r_B \delta v(\tau^c)}{R^c} \\ \text{かつ } \frac{\partial x_B^*}{\partial d} > 0 \text{ if } d \geq \frac{r_B \delta v(\tau^c)}{R^c}.$$

(証明) Appendix 5 参照のこと。

この命題は、まず  $d$  が小さく  $\pi_B^R < \pi_B^S$  が成立しているとき、 $d$  の上昇は  $x_B^*$  を上昇させることを表している。すなわち large trader が健全な状況で  $d$  が大きくなっていったとき、large trader は資金を引き上げるインセンティブを持つことを表している。逆に、 $d$  が大きく  $\pi_B^R > \pi_B^S$  が成立しているとき、large trader は政府が safe project を選んだら正の利得を得られないので、 $d$  が大きくなると  $x_B^*$  を低下させる。

次に  $x_B^*$  と  $x_I^*$  の関係については、以下の命題を導くことができる。

### Proposition 4

$\delta$  もしくは  $L_I$  が小さい時、 $\partial x_I^* / \partial x_B^* > 0$  が成立し、それ以外の場合は  $\partial x_I^* / \partial x_B^* \leq 0$  が成立す

る。

(証明) Appendix 6 を参照のこと。

$x_B^*$  と  $x_I^*$  の関係については、small investors は large trader の行動に二つのルートにより影響を受ける。ここで large trader が  $x_B^*$  を低下させたときの small investors の行動を考えてみる。まず、 $x_B^*$  の低下は large trader が政府のファンダメンタルについていい情報をつかんだからと考えられるので、これは small investors にとっても positive な情報として考えられる<sup>4)</sup>。また、戦略的補完関係にあることにより (すなわち  $v' > 0, v'' > 0$ )、large trader が continue する確率が増加すれば、small investors の利得も増加することになる。しかし一方で、 $x_B^*$  の低下は、政府により risky project を選択させる余地を与えることになる。このとき、small investors はそれぞれ  $\pi_I^R(\tau^c, R^c)$  の利得を受け取るようになってしまい、政府が safe project を選んでくれた時よりも利得が低下してしまう。よって、この効果は small investors に対して negative な影響を与えることになる。よって、前者の positive な効果が後者の negative な効果を上回れば、 $x_I^*$  も同様に低下するが (すなわち  $\partial x_I^* / \partial x_B^* > 0$ )、後者の効果が上回った場合、 $x_I^*$  は増加することになる (すなわち  $\partial x_I^* / \partial x_B^* < 0$ )。このように  $x_I^*$  と  $x_B^*$  が反対の方向に動くという coordination failure の問題が生じることがあることがわかる。

以上より、ただちに以下の命題を導くことができる。

### Proposition 5

$d \geq \frac{r_B \delta v(\tau^c)}{R^c}$  の時、 $\partial x_I^* / \partial d > 0$  となる。それ以外の場合、 $\partial x_I^* / \partial d < 0$  となる。

この命題は、large trader の健全性が低下すると、small investors はより withdraw を選択するようになることを表している。これは  $d$  が上昇すると、large trader は政府に risky project を取ってほしいインセンティブを持つようになるのに対し、small investors は safe project を取ってほしいという利害対立が起きるからである。よって、 $t = 1$

での coordination failure が生じてしまい、small investors の非効率な withdraw が起きるので、プロジェクトの非効率な liquidation も生じてしまうことになる。

以上の  $t = 1$  での coordination failure は  $t = 0$  での金融契約の在り方にも影響を与える。

この点について、以下の命題を導くことができる。

### Proposition 6

$\lambda$  が大きい状況を想定する。この時  $d$  が大きいと、 $\partial \bar{\theta}^c / \partial d > 0$ ,  $\partial \bar{\theta}^w / \partial d > 0$  となる。一方  $d$  が小さいと、 $\partial \bar{\theta}^c / \partial d < 0$ ,  $\partial \bar{\theta}^w / \partial d < 0$  となる。

（証明） Appendix 7 を参照のこと。

この命題は、large trader の健全性が低下すると、政府はより risky project を選択するインセンティブを持つようになることを表している。この点に関する直観的な説明は以下のとおりである。まず、 $d$  が上昇すると、前述のように  $t = 1$  で large trader と small investors との間で coordination failure が生じる。そしてそれに伴い、非効率なプロジェクトの liquidation が生じることになる。これを  $t = 0$  の時点で予想すると、プロジェクトの  $t = 0$  時点での期待収益が低下するということになるので、両投資家は政府に対して高い支払金利を要求することになるが、それはひいては政府に risky project を選択するインセンティブを  $t = 0$  の段階で与えることになっているということになる。

このように、large trader の健全性の低下は、投資家間の coordination failure を引き起こすことによって、事前の意味でも事後の意味でも経済活動の効率性を低下させることになることが分かった。

## 7. 結論

この論文は、large trader の健全性が投資家間の coordination にどのような影響を与え、さらに事前と事後の経済効率性にどのような影響を与えるのかを heterogeneous なプレイヤーが存在する global game を用いて分析した。そして以下の点

を導いた。まず、large trader の健全性が低下すると、 $t = 1$  の時点で large trader と small investors との間で coordination failure が生じてしまい、これが非効率な liquidation を引き起こすという事後的な非効率性を高めてしまうことを示した。これは、large trader と small investors との間で政府に取ってもらいたい行動に違いが出てくるためである。次に、このような事後の非効率性は事前の段階で政府の収益構造を低下させることとなり、投資家は支払金利の上昇を要求するようになるため政府が risky な行動をとるインセンティブを持つようになり、結局事前の効率性も低下してしまうということを示した。このように large trader の健全性が低下すると、経済のファンダメンタルにかかわらず、事前の意味でも事後の意味での経済効率性が損なわれてしまうことがわかる。

本論文では、分析を簡単にするために liquidation value を外生的なものとして考えた。

しかし今後はこれを内生的にとらえた一般均衡モデルへと拡張して分析することで、本論文の結論をより一般化することができると思われる。この点について、今後の課題としたい。

## Appendix

### Appendix 1: Lemma 1 の証明

(1) より、 $\bar{\theta}^i$  は以下を満たすように決まる。

$$v^{-1}\left(\frac{R}{\delta}\right)^i = \tau^i(\bar{\theta}^i) \quad (6)$$

$R^c > R^w$  の下では、 $v^{-1}\left(\frac{R^c}{\delta}\right) > v^{-1}\left(\frac{R^w}{\delta}\right)$  となる。また  $\tau^c > \tau^w$  が成立する。戦略的補完の程度が大きい時（すなわち  $v' > 0$  かつ  $v'' > 0$ ）、 $v^{-1}\left(\frac{R^c}{\delta}\right) - v^{-1}\left(\frac{R^w}{\delta}\right)$  は小さくなる。

よって、 $\bar{\theta}^c > \bar{\theta}^w$  が成立する。一方、 $\lambda$  が大きく  $\tau^c - \tau^w$  が大きい時、(5) より  $\bar{\theta}^c < \bar{\theta}^w$  が成立する。（q.e.d.）

### Appendix 2: $g_1(\theta, x_B^*, x_I)$ の導出

$$\begin{aligned}
 & prob(x_M \geq x_M^*, \theta \geq \bar{\theta}^c | x_I) \\
 &= \int_{\bar{\theta}^c}^{+\infty} \int_{x_M^*}^{+\infty} \frac{\sqrt{a\beta}}{2\pi} \exp \left[ -\frac{1}{2\frac{\beta}{a+\beta}} \left( \left( \frac{\theta - x_I^*}{\frac{1}{\sqrt{\beta}}} \right)^2 \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \left( \frac{x_M - x_I^*}{\sqrt{\frac{a+\beta}{a\beta}}} \right)^2 - \frac{2a\beta(\theta - x_I)(x_M - x_I)}{a+\beta} \right) \right] dx_M d\theta \\
 &= \int_{\bar{\theta}^c}^{+\infty} \int_{x_M^*}^{+\infty} \frac{\sqrt{a\beta}}{2\pi} \exp \left[ -\frac{a+\beta}{2\beta} \right. \\
 & \quad \left. \left( \frac{a\beta}{a+\beta} (x_M - \theta)^2 + \frac{\beta^2}{a+\beta} (\theta - x_I)^2 \right) \right] dx_M d\theta \\
 &= \int_{\bar{\theta}^c}^{+\infty} \int_{x_M^*}^{+\infty} \frac{\sqrt{a\beta}}{2\pi} \exp \left[ -\frac{a}{2} (\theta - x_M)^2 \right. \\
 & \quad \left. - \frac{\beta}{2} (\theta - x_I)^2 \right] dx_M d\theta \\
 &= \int_{\bar{\theta}^c}^{+\infty} \left\{ 1 - \int_{-\infty}^{x_M^*} \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(x_M - \theta)^2}{2\frac{1}{a}} \right] dx_M \right\} \\
 & \quad \frac{\sqrt{\beta}}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(\theta - x_I)^2}{2\frac{1}{\beta}} \right] d\theta \\
 &= \int_{\bar{\theta}^c}^{+\infty} \Phi(\sqrt{a}(\theta - x_M^*)) \phi(\sqrt{\beta}(\theta - x_I)) d\theta \\
 & \quad (\text{q.e.d.})
 \end{aligned}$$

### Appendix 3: Proposition 1 の証明

まず以下の三つのパラメータを定義する.

$$\begin{aligned}
 X_1(\tau^c, R^c) &= \int_{\bar{\theta}^c}^{+\infty} g_1(\theta, x_B^*, x_I) \pi_I^S(\tau^c, R^c) d\theta \\
 & \quad + \int_{-\infty}^{\bar{\theta}^c} g_1(\theta, x_B^*, x_I) \pi_I^R(\tau^c, R^c) d\theta \\
 X_2(\tau^w, R^w) &= \int_{\bar{\theta}^w}^{+\infty} g_2(\theta, x_B^*, x_I) \pi_I^S(\tau^w, R^w) d\theta \\
 & \quad + \int_{-\infty}^{\bar{\theta}^w} g_2(\theta, x_B^*, x_I) \pi_I^R(\tau^w, R^w) d\theta
 \end{aligned}$$

$$P_2 = 1 - P_1$$

よって、以下の式を導くことができる.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial E[\pi_I | x_I]}{\partial x_I} &= \frac{1}{P_1} \left\{ \int_{\bar{\theta}^c}^{+\infty} \left( g_1 \frac{\partial \pi_I^S}{\partial x_I} + \frac{\partial g_1}{\partial x_I} \pi_I^S \right) d\theta \right. \\
 & \quad \left. + \int_{-\infty}^{\bar{\theta}^c} \left( g_1 \frac{\partial \pi_I^R}{\partial x_I} + \frac{\partial g_1}{\partial x_I} \pi_I^R \right) d\theta \right\} \\
 & \quad + \frac{1}{P_2} \left\{ \int_{\bar{\theta}^w}^{+\infty} \left( g_2 \frac{\partial \pi_I^S}{\partial x_I} + \frac{\partial g_2}{\partial x_I} \pi_I^S \right) d\theta \right. \\
 & \quad \left. + \int_{-\infty}^{\bar{\theta}^w} \left( g_2 \frac{\partial \pi_I^R}{\partial x_I} + \frac{\partial g_2}{\partial x_I} \pi_I^R \right) d\theta \right\} \\
 & \quad - \frac{X_1}{P_1^2} \frac{\partial P_1}{\partial x_I} - \frac{X_2}{P_2^2} \frac{\partial P_2}{\partial x_I} \quad (7)
 \end{aligned}$$

$l$  と  $P_1$  の定義より,  $\partial l / \partial x_I > 0$  かつ  $\partial P_1 / \partial x_I > 0$  となる. さらに  $\partial \tau^i / \partial x_I > 0$  なので,  $\partial \pi_I^i / \partial x_I > 0$ .

次に,

$$\frac{\partial g_1}{\partial x_I} = -\sqrt{\beta} \Phi(\sqrt{a}(\theta - x_B^*)) \phi'(\sqrt{\beta}(\theta - x_I)),$$

なので,  $\bar{\theta}^c \leq \theta$  の時,  $\partial g_1 / \partial x_I > 0$  となるが,  $\bar{\theta}^c > \theta$  の時,  $\partial g_1 / \partial x_I$  は負になりうる.

よって,  $\Phi(\sqrt{a}(\theta - x_B^*))$  は  $\theta$  に関して増加関数であり,  $\bar{\theta}^c > \theta$  の時よりも  $\bar{\theta}^c \leq \theta$  のときの方が  $\Phi(\sqrt{a}(\theta - x_B^*))$  が大きくなるので,

$$\int_{\bar{\theta}^c}^{+\infty} \frac{\partial g_1}{\partial x_I} \pi_I^S d\theta + \int_{-\infty}^{\bar{\theta}^c} \frac{\partial g_1}{\partial x_I} \pi_I^R d\theta > 0$$

が成立する.

さらに

$$\frac{\partial g_2}{\partial x_I} = \sqrt{\beta} \Phi(\sqrt{a}(x_B^* - \theta)) \phi'(\sqrt{\beta}(\theta - x_I))$$

なので,  $\bar{\theta}^w > \theta$  の時  $\partial g_2 / \partial x_I > 0$  となるが,  $\bar{\theta}^w \leq \theta$  の時,  $\partial g_2 / \partial x_I$  は負になりうる. しかし,  $\theta$  が大きい時,  $\Phi(\sqrt{a}(\theta - x_B^*)) > \Phi(\sqrt{a}(x_B^* - \theta))$  が成立するので

$$\frac{1}{P_1} \int_{\bar{\theta}^c}^{+\infty} \frac{\partial g_1}{\partial x_I} \pi_I^S d\theta + \frac{1}{P_2} \int_{\bar{\theta}^w}^{+\infty} \frac{\partial g_2}{\partial x_I} \pi_I^S d\theta > 0$$

となる.

最後に,  $\partial P_1 / \partial x_I > 0$  だが, 戦略的補完の仮定により ( $v' > 0, v'' > 0$ )



$$\frac{1}{P_i} \left( \int_{\bar{\theta}^c}^{+\infty} g_i \frac{\partial \pi_i^S}{\partial x_I} d\theta + \int_{-\infty}^{\bar{\theta}^c} g_i \frac{\partial \pi_i^R}{\partial x_I} d\theta \right) - \frac{X_i}{P_i^2} \frac{\partial P_i}{\partial x_I} > 0 \quad (i=1, 2)$$

が成立する。よって、 $\frac{\partial E[\pi_I|x_I]}{\partial x_I} > 0$  かつ Corsetti et al (2004) より  $x_I^*$  は *unique* に決まる。(q.e.d.)

#### Appendix 4: Proposition 2 の証明

$x_B$  が大きくなると、 $\Phi(\sqrt{a}(\bar{\theta}^c - x_B^*))$  は減少する。さらに、 $x_B$  の増加は  $\tau^c$  を増加させ、その結果  $\pi_B^R$  と  $\pi_B^S$  も増加する。よって(3)の左辺は  $x_B$  に関して厳密に増加関数である。(q.e.d.)

#### Appendix 5: Proposition 3 の証明

(3)を  $d$  に関して全微分すると、

$$\begin{aligned} & \Phi(\sqrt{a}(\bar{\theta}^c - x_B^*)) \left( -\frac{1}{2} - \{1 - \Phi(\sqrt{a}(\bar{\theta}^c - x_B^*))\} \right. \\ & \quad \left. + \phi(\sqrt{a}(\bar{\theta}^c - x_B^*)) \pi_B^R(-\sqrt{a}) \frac{\partial x_B^*}{\partial d} \right. \\ & \quad \left. - \phi(\sqrt{a}(\bar{\theta}^c - x_B^*)) \pi_B^S(-\sqrt{a}) \frac{\partial x_B^*}{\partial d} + 1 = 0 \right. \\ & \quad \left. \frac{\partial x_B^*}{\partial d} = - \frac{\Phi(\sqrt{a}(\bar{\theta}^c - x_B^*))}{2\sqrt{a}\phi(\sqrt{a}(\bar{\theta}^c - x_B^*))(\pi_B^R - \pi_B^S)} \right. \end{aligned}$$

となる。よって  $\pi_B^R > \pi_B^S$  の時、 $\frac{\partial x_B^*}{\partial d} < 0$  となり、

$\pi_B^R < \pi_B^S$  の時  $\frac{\partial x_B^*}{\partial d} > 0$  となる。(q.e.d.)

#### Appendix 6: Proposition 4 の証明

まず、 $g_1, g_2, P_1$  を  $x_B^*$  で微分すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial g_1}{\partial x_B^*} &= \phi(\sqrt{a}(\bar{\theta} - x_B^*))(-\sqrt{a})\phi(\sqrt{\beta}(\bar{\theta} - x_I)) < 0 \\ \frac{\partial g_2}{\partial x_B^*} &= \sqrt{a}\phi(\sqrt{a}(x_B^* - \bar{\theta}))\phi(\sqrt{\beta}(\bar{\theta} - x_I)) > 0 \\ \frac{\partial P_1}{\partial x_B^*} &= -\phi\left(\sqrt{\frac{a\beta}{a+\beta}}(x_B^* - x_I)\right)\sqrt{\frac{a\beta}{a+\beta}} < 0 \end{aligned}$$

となる。

次に、明らかに

$$\frac{\partial \text{prob}(\theta \geq \bar{\theta}^c | x_B \geq x_B^*, x_I)}{\partial x_B^*} < 0.$$

となる。さらに、

$$\left| \int_{\bar{\theta}^c}^{+\infty} \frac{\partial g_1(\theta, x_B^*, x_I)}{\partial x_B^*} d\theta \right| < \left| \int_{-\infty}^{\bar{\theta}^c} \frac{\partial g_1(\theta, x_B^*, x_I)}{\partial x_B^*} d\theta \right|.$$

となる。

逆に、 $\partial g_2 / \partial x_B^* > 0$  の下では右辺第二項が大き

くなる。しかし  $\left| \int_{-\infty}^{\bar{\theta}^c} \frac{\partial g_1}{\partial x_B^*} \pi_I^R(\tau^c, R^c) d\theta \right|$  が小さい

時  $\pi_I^i(\tau^w, R^w) < \pi_I^i(\tau^c, R^c)$  ( $i=S, R$ )、 $\partial E[\pi_I|x_I] / \partial x_B^* < 0$  なので  $\partial E[\pi_I] / \partial x_B^* < 0$  の時、 $\partial x_I^* / \partial x_B^* > 0$  とな

る。一方、 $\left| \int_{-\infty}^{\bar{\theta}^c} \frac{\partial g_1}{\partial x_B^*} \pi_I^R(\tau^c, R^c) d\theta \right|$  が大きく  $\pi_I^R > L$

が満たされているとき、 $\partial E[\pi_I|x_I] / \partial x_B^* > 0$  かつ  $\partial x_I^* / \partial x_B^* < 0$  が成立する。(q.e.d.)

#### Appendix 7: Proposition 6 の証明

$d$  が大きい時、(5)より  $r_I$  は  $x_I^*$  の増加関数になっている。よって  $\partial x_I^* / \partial d > 0$  の時、 $\partial r_I / \partial d > 0$  となる。次に  $r_B$  について考える。 $\partial x_B^* / \partial d < 0$  が  $d$  が大きい時に成立するので、政府が *risky project* をし、かつ *large trader* が *continue* を選ぶ確率は大きくなる。さらに、 $\pi_B^R(\tau^c, R^c, 0) > L_B$  ならば、*large trader* は政府がより *risky project* を選ぶようになると事前に考えるようになる。よって、 $\partial R / \partial d > 0$  かつ  $\partial \bar{\theta}^c / \partial d > 0$  かつ  $\partial \bar{\theta}^w / \partial d > 0$  となる。次に  $d$  が小さい時、 $\partial x_B^* / \partial d > 0$  かつ  $\partial x_I^* / \partial d > 0$  となる。ここから  $\partial r_B / \partial d > 0$  かつ  $\partial r_I / \partial d > 0$  となり、 $\partial R / \partial d > 0$  となる。しかし  $\lambda$  が大きい時、 $\partial x_B^* / \partial d > 0$  は  $\partial v(\tau) / \partial d < 0$  をもたらし、 $\partial \bar{\theta}^c / \partial d < 0$  となるので、このとき  $\partial \bar{\theta}^w / \partial d < 0$  となる。(q.e.d.)

#### 注

- 1) 竹田 (2007) 参照。
- 2) 以下の式の右辺の算出に関しては、Appendix 2 を参照のこと。
- 3)  $x_B^* < \bar{\theta}^c$  が成立しているものとする。
- 4) もちろんこの効果は  $a$  が増加することにより強化される。

#### 参考文献

竹田憲史 (2007) 「通貨・金融危機の発生メカニズム

と伝染：グローバル・ゲームによる分析」金融  
研究, 第26巻, 第2号.

Corsetti, G., Dasgupta, A., Morris, S. and H. S. Shin  
(2004) "Does One Soros Make a Difference? A  
Theory of Currency Crises with Large and Small

Traders," *Review of Economic Studies* 71 (1), pp.87-  
114.

Morris, S. and H. Shin (1998) "Unique Equilibrium in a  
Model of Self-Fulfilling Currency Attacks," *American  
Economic Review*, Vol. 88, pp. 587–597.