

[共同研究]

## 経済および経営問題における数理・確率モデルの解析

共同研究者

代表 大澤 秀雄 (日本大学経済学部教授)

中村 正彰 (日本大学理工学部教授)

土井 誠 (東海大学理学部教授)

### はしがき

私たちの研究プロジェクトは、「経済および経営問題における数理・確率モデルの解析的研究」という課題のもとに、経済・経営活動において生じる社会的現象を統計および数理システムとして捉え、数理解析的視点からそれぞれの研究テーマにおける問題の分析を試みようとするものであった。本プロジェクトでは、3人あるいは2人による定期的な研究会を開き、互いの研究の進捗状況を報告し、問題整理や研究の進展を図った。また、こうした活動を続けると同時に各人が国際会議やシンポジウムにおける研究発表を行うなどの成果を得ることができた。

以下に本報告集のそれぞれの論文について概説する。

大澤論文“ラウンドアバウトに関する考察”は、信号機制御によらない交差点システムの効率性について考察した。ヨーロッパの多くの国では、交差点の交通制御において信号機によらないラウンドアバウトと呼ばれるシステムが導入されている。

交差点にサークル状の区域を設け、信号制御を伴わず交通流を制御するものである。最近、日本でもいくつかの地域でこうした試みが行われ、実際に導入した地域も存在する。この論文では、未だ馴染みのないこの交通システムに対して、数学モデルを考察しシミュレーションにより既存の信号機交差点との効率性の比較を行っている。

まず、ラウンドアバウトにおける走行の規則を説き、それに基づき数学モデルを考察している。その状況は非常に複雑であり、正確なモデル化およびそのまま理論的な解析を行うことは非常に困難を要するものである。ここでは、モデルを微小時間に離散時化して表現し、それに対するシミュレーションを考察した。その事例として、英国ケンブリッジに実際に存在するラウンドアバウトをモデル化しシミュレーションを実行した。さらに、信号機交差点システムとの比較するために、これと同等の交差点を想定しそのシミュレーションも行った結果が提示されている。

その結果、ラウンドアバウトでは交通量の激しい場合、大渋滞を起こす可能性もあり制御できないこともある。対して、信号機交差点では比較的周期的な安定した交通の流れが観測される。即ち、交通量に依存してラウンドアバウトの効力が決まることが明らかにされた。

中村論文“ある債務不履行リスクモデル”は、Defaultrisk を記述する非線形常微分方程式系の解の構

造と漸近挙動を考察した。抽象的な方程式系でなく、金融工学を始めいろいろの分野で実際に現れるような非線形常備方程式系を扱い、その解の構造、漸近挙動を解析している。解析内容は次のとおりである。

1. この系は多様な解を持つ。静止解、時間発展によってゼロに収束してしまう解、有界な大域解、有限時間で爆発する解など、様々な解が存在する。この論文では静止解の安定性についても解析している。
2. この系にも存在するが、爆発解に関しては、解が爆発することの証明は様々な系に関して扱われてきた。また、その数値解析も実行されてきた（注：爆発する様子、爆発時間の計算等、我々も扱っている。）これ等の挙動を2次のオーダーまで理論的に解析している。
3. 我々の論文はその爆発解の挙動を、2次のオーダーまでを正確に解析して、数值的でなく、解析的に示したもので、新しい成果である。
4. この方程式系が3社の倒産リスクの関連を表現する金融工学のモデルの一つとして現れることを示し、金融工学での一つの新たなモデルを提唱している。すなわち、これが現実的な方程式系であることも示したものと見える。

土井論文“The ruin probability and the ruin time for the risk reserve process”は、確率過程の経済科学への応用としての危険準備過程を考察している。

企業あるいは各種法人が危険準備金（責任準備金）を備蓄しておくのが常識である。地震保険などのように、将来考えられる突発的な大規模需要に備えて、いかほどの資金を用意しておけばよいか最大の問題である。それに対する数学的モデルを構築している。

モデルにおいては、需要の発生時間間隔とその大きさの確率分布を想定すると、発生時刻はまったく予測できず、一方その大きさはある程度予測可能だが、どちらも任意性が高い。そこで、どちらも指数分布を想定する。しかし、大きさについては独立な2つ以上の確率変数の和を想定する場合もある。たとえば、生命保険の場合、死亡保険に疾病保険を付加させることなどが考えられる。

この種の問題に対して、筆者らは従来、積分微分方程式を構築して破産確率を求めてきた。しかし、それらは時間を十分経過させた過程についての破産確率であるという条件がついたものであった。本論文では初期準備金を仮定し、有限時間での破産確率、非破産確率そして破産時間分布を求めたことに意義がある。

以上のように本プロジェクトにおいては、三者三様の課題に取り組み、それぞれに成果はあった。また、この報告集には公表されていないものの、共同のテーマにも取り組み学会シンポジウムにおいて、大澤と土井は共同で研究発表を行っている（[1], [2]）。さらに中村は国際会議における研究発表も行った（[3]）。このように、大変成果のあったプロジェクトであったと感じている。末筆ながら、経済科学研究所のサポートに感謝の意を表したい。

#### 参考文献

- [1] 有限状態空間を有するマルコフインクリメントプロセスの可逆性, 第12回西東京統計研究会, 2013/3.
- [2] Reversibility of a Markov increment process on the real line, Proceedings of The Fourth TKU-KMITL Joint Symposium on Mathematics and Applied Mathematics, 79-86, 2014/3.

[3] Note on the measures of dependence in terms of copulas, International Conference of the applied Economics (ICOAE2014), Medeterranean Agronomic Institute of Chania (MAICh) Crete Greece, 2014/7.

(大澤秀雄)