

[共同研究]

数理・統計解析によるリスク資産の分析

共同研究者

代 表 戸 塚 英 臣 (日本大学経済学部専任講師)
三 井 秀 俊 (日本大学経済学部教授)
生 亀 清 貴 (日本大学経済学部准教授)

はしがき

近年、株式・株価指数・外国為替相場・デリバティブなどのリスク資産に関する時系列分析は、統計学の分野だけでなく物理学の分野でも活発に研究が行なわれている。このような現状に基づき、令和2年4月から令和4年3月までの2年間「数理・統計解析によるリスク資産の分析」をテーマとして研究プロジェクトを実施してきた。本研究では、これまでリスク資産に関する時系列分析ではあまり用いられていない物理的な分析手法や新たに提案する統計学的なモデルを用いて実証研究を行ない、それらの有効性について議論している。本誌には、共同研究者による3編の論文が掲載されている。以下、その概略について紹介する。

まず第1の戸塚・三井論文は、ハミルトニアン・モンテカルロ法を用いて、株価指数の日次収益率分布について、安定分布の確率密度関数のベイズ推定を行なったものである。実証分析に用いた株価指数は、日経平均株価、東証株価指数、ダウ工業平均、S&P500である。実証分析の結果、4つの株価指数の日次収益率を用いて推定された安定分布の確率密度関数の特性指数の値に大きな違いがないことが分かった。また、日経平均株価と東証株価指数の日次収益率分布は歪みを示すが、ダウ工業平均とS&P500の日次収益率分布は歪みを示さないことが分かった。さらに、4つの株価指数の日次収益率分布の違いは、安定分布の確率密度関数の尺度指数の違いで捉えることができることが分かった。

次の第2の三井・戸塚論文は、Stochastic Volatility (以下、SV) モデルの解説と日経225の収益率データを用いた適用例を示している。株式、株価指数、外国為替相場等のリスク資産収益率の時系列データは、ボラティリティと呼ばれる2次のモーメントの変動が注目される。このようなリスク資産収益率データの分析では、SVモデルが広く用いられている。しかしながら、SVモデルでは潜在変数を含んでいること等からモデルのパラメータを最尤推定することが困難であり、最尤法に代わる推定方法が必要になる。この問題に対処するため、多くの先行研究ではマルコフ連鎖モンテカルロ法を用いたベイズ推定を行なっている。SVモデルでは、モデルを記述するパラメータだけでなく潜在変数であるボラティリティも同時に事後分布からサンプリングする必要がある。本研究では、ハミルトニアン・モンテカルロ法を用いたベイズ推定によりSVモデルのパラメータ推定を行なうことを提案している。本研究では、SVモデルの拡張としてレバレッジ効果を考慮したSVモデルと誤差項の分布に関して、正規分布だけでなく t 分布も用いたSVモデルに関して解説を行なっている。また、これらのモデルにより日経225の収益率データを用いた適用例を示している。

第3の生亀論文は、正方分割表の解析に関して、対称構造を表すモデルや多次元分割表へ拡張されたモデルを提案し、東証一部上場企業の株価データを用いた実証分析を行なったものである。分割表の解

析に関して、通常、我々は二つの変数が独立かどうかに関心がある。独立性が成り立たない場合、二変数間の相関を調べるため相関係数を用いたり、連関に関するモデルを用いて解析が行なわれる。特に、行と列が同じ分類からなる分割表を正方分割表と呼ぶ。正方分割表の解析に際しては、観測度数の多くが主対角セル付近に集中するため、独立性が成り立たない場合が多い。したがって、独立性よりも二変数間の対称性に関心に移り、対称性・非対称性に関するモデルを用いて解析が行なわれる。さらに変数を三つ以上に増やすことで多元分割表を作成することが可能である。独立性や対称性に関するモデルがこれまで多元分割表に拡張されてきた。一方で、東証一部上場企業の株価データなどの、リスク資産データの解析が多くの研究者によって行なわれている。本研究では、それらの株価データを多元分割表の枠組みで表現し、そのデータを解析するため時間の遷移に対して対称構造を表すモデルを複数導入する。作成したデータに対して提案モデルを適用し、適合度検定や AIC を用いて解析を行なう。

今後、今回の共同研究で得られた成果を踏めて、さらなる研究成果をあげられるように共同研究を継続していきたい。