

*December 2021*

空港統合がもたらす効果  
～モデルを用いた分析～

手塚広一郎

石井 昌宏

加藤 一誠

*Research Institute of Economic Science*

*College of Economics, Nihon University*

# 空港統合がもたらす効果 ～モデルを用いた分析～

手塚広一郎

日本大学 経済学部 教授\*

石井昌宏

上智大学 経済学部 教授†

加藤一誠

慶應義塾大学 商学部 教授‡

2021/12/20

## 1 イントロダクション

交通は、ある地点から別のある地点までの移動を指し、それはノード（点）とそれらを結ぶリンク（線）によって構成される。これらのノードとリンクの組み合わせによって構成されるのがネットワークであり、交通を特徴づけている。空港や港湾のような交通インフラは、ネットワークの中でもノードを構成する。最終目的地ないしは最終需要地が競合する複数のノードがある場合、需要獲得のための競争が生じる。

近接する空港間での最終需要獲得のための競争は、空港間競争と呼ばれ、現実においてもしばしば観察されている。例えば、Forsyth et al.[1]の指摘するヨーロッパの空港間競争や東アジアのハブ空港を巡る競争はそれに該当する。このような空港間競争は、競争による価格低下が期待される一方で、しばしば重複投資に伴う、費用逓減下の破滅的な価格競争や、混雑空港への集中による外部費用の発生などの問題が指摘されている。実際、日本国内では関西圏などにおいて空港統合の事例も見受けられる。

社会的な利益の見地から、このような空港間競争は促進されるべきなのであろうか、あるいは競合する空港を統合することで、より効率的な運営を促すべきなのであろうか。おそらく、この問いに対する答えはケースバイケースであることが想起される。そこで、本稿では、石井他 [2] によって構築されたモデルへ修正を加えたモデルをここにまとめることによって、非協力ゲームの枠組みを用いたモデル空港統合の効果の検討するための枠組みを提示し、部分的ではあるもののその評価を試みる。

---

\*tezuka.koichiro@nihon-u.ac.jp

†mishii@sophia.ac.jp

‡kato@fbc.keio.ac.jp

ゲーム理論などモデルを用いて空港間競争や空港の統合に関わる分析は, Basso and Zhang[3], Socorro, Betancor, Rus[4], Kidokoro and Zhang[5] などがある. これらの分析は, 空港間の競争や統合に際して, 容量制約や混雑あるいは不確実性を考慮したうえでモデルを構築し, モデルから導出された定理や命題をもとにして, 分析をするものである. それに対して, Pels, Nijkamp and Rietveld[6], De Borger and Van Dender[7], Mun and Teraji[8], Xu and Hanaoka[9]などは, 空港の統合などについて, 需給構造のモデルを構築したうえで, そこから算出された数値計算をもとに政策的なインプリケーションを得るなどしている. 本稿においては, 前者の方法を採用し, 空港統合の効果について, 非協力ゲームのモデルを構築し, これを分析する.

## 2 空港統合の分析モデル

本節においては, 隣接する2つの空港間の統合の効果进行分析するためのモデルを説明する. 具体的には, 以下3つのケースを表現するモデルにおける均衡価格(空港使用料)を求める.

2.2 隣接する2空港が競争関係にあるケース

2.3 隣接する2空港を統合して運営するケース(競争・配分)

2.4 隣接する2空港を統合して運営するケース(配分・価格決定)

### 2.1 仮定と記号設定

$s_1, s_2, t_1, t_2, c_1, c_2$  および  $a$  を正の定数(たち)とする. 各  $j = 1, 2$  について,  $s_j, t_j, c_j$  に次の意味を与える.  $s_j$  を空港  $j$  の容量(capacity)とする.  $t_j$  は旅客(空港利用者, 消費者)が居住地域から空港  $j$  へ移動する場合に生ずるコストとする.  $c_j$  は空港  $j$  の限界費用を表す.  $a$  を混雑をコストへ変換するための係数とする. そして, 空港  $j$  で生ずる混雑コストを以下のように定義する.

$$\frac{a}{s_j} \cdot (\text{空港 } j \text{ の需要量}).$$

各  $j = 1, 2$  について,  $x_j \in [c_j, \infty)$  は空港  $j$  の空港使用料を表す.

空港を利用する旅客は, 空港使用料, 移動コスト, 混雑コストを負担することになると仮定する. これらの和を旅客1人あたり費用ということにする.

$N$  と  $k$  を正の定数(たち)とする. そして, 関数  $f: \mathbf{R} \times \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  を次のように定める.

$$f(x_1, x_2) = N - k(x_1 + x_2).$$

ここでは,  $f$  をこれら2つの空港に対する総需要量として用いる. ただし,  $N - k(c_1 + c_2) > 0$  を仮定する.

## 2.2 隣接する2空港が競争関係にあるケース

$b_1$  と  $b_2$  を正の定数 (たち) とする.  $(x_1, x_2) \in [c_1, \infty) \times [c_2, \infty)$  が決定された時, 総需要量  $f(x_1, x_2)$  に占める空港 1 への需要量の割合は

$$w_1(x_1, x_2) := \frac{x_2 + \frac{ab_2}{s_2} + t_2}{x_1 + \frac{ab_1}{s_1} + t_1 + x_2 + \frac{ab_2}{s_2} + t_2} \quad (1)$$

になると仮定する. なお, 空港  $j$  で生ずる混雑に対する旅客たちの予想が  $b_j$  へ反映されていることとする. すなわち, 空港 1 を利用することから生ずる費用が空港 2 を利用することから生ずる費用よりも相対的に小さくなれば, 空港 1 の旅客が増加しやすい, という状況を式 (1) が表現している. 以下では,  $w_2(x_1, x_2) = 1 - w_1(x_1, x_2)$  とする.

このケースにおいて空港間の価格競争を表現する非協力ゲームは以下である.

$$\begin{cases} \text{空港 } j \text{ の戦略集合: } x_j \in [c_j, \infty), \\ \text{空港 } j \text{ の目的関数: } (x_j - c_j)w_j(x_1, x_2)f(x_1, x_2). \end{cases} \quad (2)$$

ここでは, 空港使用料を戦略とする非協力ゲームを考える. 空港  $j$  がその空港使用料  $x_j$  を増加させることにより, 旅客 1 人から得られる利益  $x_j - c_j$  は増加する. これは利潤の増加へ作用する. しかし,  $x_j$  の増加は総需要量  $f(x_1, x_2)$  の減少, および, 空港  $j$  を利用する旅客 1 人あたりの費用を増加させ,  $w_j(x_1, x_2)$  を減少させる. このようなトレードオフの中で, 各空港は空港使用料を決定する.

### 定理 1

非協力ゲーム (2) の Nash 均衡は以下の通りである.

$$\begin{aligned} x^*_1 &:= \frac{1}{8} \left\{ -3A + 4(c_1 - c_2) + \frac{N}{k} + \sqrt{\frac{(kA + N)^2}{k^2} + \frac{8(kA + N)(A + c_1 + c_2)}{k}} \right\}, \\ x^*_2 &:= \frac{1}{8} \left\{ -3A + 4(-c_1 + c_2) + \frac{N}{k} + \sqrt{\frac{(kA + N)^2}{k^2} + \frac{8(kA + N)(A + c_1 + c_2)}{k}} \right\}. \end{aligned} \quad (3)$$

ただし,

$$A = \frac{ab_1}{s_1} + t_1 + \frac{ab_2}{s_2} + t_2.$$

なお, 空港間の限界費用が同一 ( $c_1 = c_2$ ) であれば,  $x^*_1 = x^*_2$  を得る.

## 2.3 隣接する2空港を統合して運営するケース (競争・配分)

空港設置者 (国, 政府) が隣接する2つの空港を統合して運営するケースを表現するモデルを概説する. このモデルは 1st stage と 2nd stage という2つの stage から構成される.

1st stage において, 2 空港間の価格競争を通じて空港使用料が決定される. 続く 2nd stage にて, 旅客 1 人あたり費用の平均を最小にするように空港設置者が各空港の供給量 (需要量) を調節する. すなわち, 各空港の利潤は 2nd stage における空港設置者の選択に依存している. したがって, 各空港は空港設置者の選択も考慮し, 自空港の利潤が最大となるように 1st stage において空港使用料を決定する. そこで, 先ず 2nd stage における空港設置者の行動を説明する.

次の関数  $h : [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$  を導入する.

$$h(z) = \left( x_1 + \frac{azf(x_1, x_2)}{s_1} + t_1 \right) z + \left( x_2 + \frac{a(1-z)f(x_1, x_2)}{s_2} + t_2 \right) (1-z). \quad (4)$$

2nd stage においては, 各空港の空港使用料  $x_1$  と  $x_2$  が既に定まっている. このため, 総需要量  $f(x_1, x_2)$  も決定されている. この総需要量  $f(x_1, x_2)$  の空港 1 への配分比率を  $z$  とし, 空港 2 への配分比率を  $1-z$  とする. この配分によって生ずる旅客 1 人あたりの費用の平均値を  $h$  は表している.  $x_1, x_2$ , および,  $f(x_1, x_2)$  を所与として,  $h$  が最小になるような  $z$  を空港設置者は選択する. このため,  $h$  の定義 (4) から明らかなように, 旅客 1 人あたりの費用の平均値が最小になるような  $z$  を空港設置者は選択することとなる.

ここで, 次の定理を得られる.

## 定理 2

(i) 不等式

$$x_2 < \frac{s_2 + 2ak}{s_2 - 2ak} x_1 + \frac{s_2(t_1 - t_2) - 2aN}{s_2 - 2ak} \quad (5)$$

が成り立つならば,  $z = 0$  において,  $h$  は最小となる.

(ii) 不等式

$$x_1 < \frac{s_1 + 2ak}{s_1 - 2ak} x_2 + \frac{s_1(-t_1 + t_2) - 2aN}{s_1 - 2ak} \quad (6)$$

が成り立つならば,  $z = 1$  において,  $h$  は最小となる.

(iii) 2 つの不等式

$$\begin{aligned} x_2 &\geq \frac{s_2 + 2ak}{s_2 - 2ak} x_1 + \frac{s_2(t_1 - t_2) - 2aN}{s_2 - 2ak}, \\ x_1 &\geq \frac{s_1 + 2ak}{s_1 - 2ak} x_2 + \frac{s_1(-t_1 + t_2) - 2aN}{s_1 - 2ak} \end{aligned}$$

がいずれも成り立つならば,

$$\tilde{w}(x_1, x_2) := \frac{s_1 s_2 \left\{ -(x_1 + t_1) + x_2 + t_2 + \frac{2af(x_1, x_2)}{s_2} \right\}}{2a(s_1 + s_2)f(x_1, x_2)} \quad (7)$$

において,  $h$  は最小となる.

以下の説明では,  $\tilde{w}_1(x_1, x_2) = \tilde{w}(x_1, x_2)$ ,  $\tilde{w}_2(x_1, x_2) = 1 - \tilde{w}(x_1, x_2)$  とおく.  
この結果を利用して, 1st stage において以下の非協力ゲームを考える.

$$\begin{cases} \text{空港 } j \text{ の戦略集合 } x_j \in [c_j, \infty), \\ \text{空港 } j \text{ の目的関数 } (x_j - c_j)\tilde{w}_j(x_1, x_2)f(x_1, x_2). \end{cases} \quad (8)$$

非協力ゲーム (8) の意味を述べる. 各空港は 2nd stage における利潤を最大化するように空港使用料を選択する. ただし, 2nd stage において, その空港使用料を反映して決定される需要量に対して, 空港設置者が旅客 1 人あたりの費用の平均値を最小にするように各空港の供給量を決定する. このことも踏まえて, 各空港は意思決定する.

定理 2 を用いると, 次の補題が得られる.

### 補題 1

(i) 不等式

$$\frac{N}{k} - c_1 < \frac{s_2 + 2ak}{s_2 - 2ak}c_1 + \frac{s_2(t_1 - t_2) - 2aN}{s_2 - 2ak} \quad (9)$$

が成り立つならば, 任意の  $(x_1, x_2) \in [c_1, \infty) \times [c_2, \infty)$  に対して,  $\tilde{w}_1(x_1, x_2) < 0$ .

(ii) 不等式

$$\frac{N}{k} - c_2 < \frac{s_1 + 2ak}{s_1 - 2ak}c_2 + \frac{s_1(-t_1 + t_2) - 2aN}{s_1 - 2ak} \quad (10)$$

が成り立つならば, 任意の  $(x_1, x_2) \in [c_1, \infty) \times [c_2, \infty)$  に対して,  $\tilde{w}_1(x_1, x_2) > 1$ .

不等式 (9) が成り立つならば, 空港 1 に非負の利潤をもたらす任意の戦略  $x_1 \geq c_1$  に対して, 空港 1 への配分比率は 0 である. そこで, この場合には,  $x_1 = c_1$  かつ空港 2 の独占市場と仮定する. すなわち, 空港 2 は  $(x_2 - c_2)f(c_1, x_2)$  を最大にする  $x_2$  を選択すると仮定する. この解は

$$x_2 = \frac{N + k(-c_1 + c_2)}{2k} \quad (11)$$

となる.

同様に, 不等式 (10) が成り立つならば, 空港 2 に非負の利潤をもたらす任意の戦略  $x_2 \geq c_2$  に対して, 空港 2 への配分比率は 0 である. そこで, この場合には,  $x_2 = c_2$  かつ空港 1 の独占市場と仮定する. すなわち, 空港 1 は

$$x_1 = \frac{N + k(c_1 - c_2)}{2k} \quad (12)$$

を選択する.

### 定理 3

1st stage における非協力ゲーム (8) の Nash 均衡は以下の通りである.

(i) 2つの不等式

$$c_2 \geq \frac{s_2 + 2ak}{s_2 - 2ak}c_1 + \frac{s_2(t_1 - t_2) - 2aN}{s_2 - 2ak}, \quad c_1 \geq \frac{s_1 + 2ak}{s_1 - 2ak}c_2 + \frac{s_1(-t_1 + t_2) - 2aN}{s_1 - 2ak}$$

がいずれも成り立つ場合, 非協力ゲーム (8) の Nash 均衡はただ 1 つ存在し,

$$\begin{pmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{pmatrix} := \frac{1}{3s_1s_2 + 10ak(s_1 + s_2) + 12a^2k^2} \left\{ B_1 \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} + B_2 \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \end{pmatrix} + B_3 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}. \quad (13)$$

ただし,

$$B_1 = \begin{pmatrix} 2(s_1 + 2ak)(s_2 + 2ak) & (s_1 + 2ak)(s_2 - 2ak) \\ (s_1 - 2ak)(s_2 + 2ak) & 2(s_1 + 2ak)(s_2 + 2ak) \end{pmatrix},$$

$$B_2 = \begin{pmatrix} -(s_1s_2 + 2aks_1 + 4aks_2) & s_1s_2 + 2aks_1 + 4aks_2 \\ s_1s_2 + 4aks_1 + 2aks_2 & -(s_1s_2 + 4aks_1 + 2aks_2) \end{pmatrix},$$

$$B_3 = \begin{pmatrix} 2aN(2s_1 + s_2 + 2ak) & 0 \\ 0 & 2aN(s_1 + 2s_2 + 2ak) \end{pmatrix},$$

(ii) 2 つの不等式

$$c_2 < \frac{s_2 + 2ak}{s_2 - 2ak}c_1 + \frac{s_2(t_1 - t_2) - 2aN}{s_2 - 2ak}, \quad c_1 \geq \frac{s_1 + 2ak}{s_1 - 2ak}c_2 + \frac{s_1(-t_1 + t_2) - 2aN}{s_1 - 2ak}$$

がいずれも成り立つ場合,

$$x_1 = c_1, \quad x_2 = \frac{1}{2} \left( \frac{s_1 - 2ak}{s_1 + 2ak}c_1 + c_2 - \frac{s_1(-t_1 + t_2) - 2aN}{s_1 + 2ak} \right) \quad (14)$$

が非協力ゲーム (8) のただ 1 つの Nash 均衡である.

(iii) 2 つの不等式

$$c_2 \geq \frac{s_2 + 2ak}{s_2 - 2ak}c_1 + \frac{s_2(t_1 - t_2) - 2aN}{s_2 - 2ak}, \quad c_1 < \frac{s_1 + 2ak}{s_1 - 2ak}c_2 + \frac{s_1(-t_1 + t_2) - 2aN}{s_1 - 2ak}$$

がいずれも成り立つ場合,

$$x_1 = \frac{1}{2} \left( \frac{s_2 - 2ak}{s_2 + 2ak}c_2 + c_1 - \frac{s_2(t_1 - t_2) - 2aN}{s_2 + 2ak} \right), \quad x_2 = c_2 \quad (15)$$

が非協力ゲーム (8) のただ 1 つの Nash 均衡である.

(iv) 2 つの不等式

$$c_2 < \frac{s_2 + 2ak}{s_2 - 2ak}c_1 + \frac{s_2(t_1 - t_2) - 2aN}{s_2 - 2ak}, \quad c_1 < \frac{s_1 + 2ak}{s_1 - 2ak}c_2 + \frac{s_1(-t_1 + t_2) - 2aN}{s_1 - 2ak}$$

がいずれも成り立つ場合,  $x_1 = c_1, x_2 = c_2$  が非協力ゲーム (8) のただ 1 つの Nash 均衡である.

## 2.4 隣接する2空港を統合して運営するケース (配分・価格決定)

空港設置者が隣接する2つの空港を統合して運営するケースを表現するモデルを概説する。このモデルは1st stageと2nd stageという2つのstageから構成される。1st stageにて、旅客1人あたり費用の平均値を最小にするように空港設置者が各空港の供給量(需要量)を調節する。2nd stageにおいて、2空港の空港使用料が決定される(価格決定)。すなわち、2.4とは異なり、空港設置者の選択が与えられた下で各空港は自空港の利潤が最大となるように2nd stageにおいて空港使用料を決定する。そこで、先ず2nd stageにおける各の行動を説明する。

1st stageにおいて、各空港へ配分される旅客の比率は空港設置者により決定されている。そこで、各 $j = 1, 2$ について、 $z_j \in [0, 1]$ を空港 $j$ へ配分される旅客の比率とする。ただし、 $z_1 + z_2 = 1$ とする。

次に、2nd stageにおける以下の非協力ゲームにより、2空港間の価格競争を表現する。

$$\begin{cases} \text{空港 } j \text{ の戦略集合 } x_j \in [c_j, \infty), \\ \text{空港 } j \text{ の目的関数 } (x_j - c_j)z_j f(x_1, x_2). \end{cases} \quad (16)$$

### 定理 4

この非協力ゲーム(16)のNash均衡は以下の通りである。

$$\tilde{x}_1 := \frac{N + k(2c_1 - c_2)}{3k}, \quad \tilde{x}_2 := \frac{N + k(-c_1 + 2c_2)}{3k}. \quad (17)$$

このNash均衡において、

$$f(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) = \frac{N - k(c_1 + c_2)}{3}.$$

さらに、非協力ゲーム(16)のNash均衡(17)が $z_1$ と $z_2$ のいずれにも依存しないことから、1st stageにおいて、空港設置者が選択する空港1への旅客配分比率は以下の通りである。

### 補題 2

$\tilde{w}_1(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) \geq 0$ の必要十分条件は

$$\frac{2a}{3s_2}N + \left(1 - \frac{2ak}{3s_2}\right)c_2 + t_2 \geq \left(1 + \frac{2ak}{3s_2}\right)c_1 + t_1. \quad (18)$$

$\tilde{w}_1(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) \leq 1$ の必要十分条件は

$$\frac{2a}{3s_1}N + \left(1 - \frac{2ak}{3s_1}\right)c_1 + t_1 \geq \left(1 + \frac{2ak}{3s_1}\right)c_2 + t_2. \quad (19)$$

補題2から、次の結果を得る。

### 定理 5

(i) 不等式(18)は成立するが、不等式(19)は成立しない場合、空港1への旅客配分比率は1である。



(ii) 不等式 (18) は成立しないが, 不等式 (19) は成立する場合, 空港 1 への旅客配分比率は 0 である.

(iii) 不等式 (18) と不等式 (19) のいずれも成立する場合, 空港 1 への旅客配分比率は

$$\tilde{w}_1(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) = \frac{3s_1s_2 \left\{ -(c_1 - c_2) - (t_1 - t_2) + \frac{2a}{3s_2} \{N - k(c_1 + c_2)\} \right\}}{2a(s_1 + s_2) \{N - k(c_1 + c_2)\}}. \quad (20)$$

## 2.5 3つの市場構造の比較

空港 1 と空港 2 が同質的, すなわち,

$$c_1 = c_2 = c, \quad s_1 = s_2 = s, \quad t_1 = t_2 = t, \quad b_1 = b_2 = b$$

と仮定するならば,

$$x^* := x^*_1 = x^*_2 = \frac{1}{8} \left\{ -3A + \frac{N}{k} + \sqrt{\frac{(kA + N)^2}{k^2} + \frac{8(kA + N)(A + 2c)}{k}} \right\}, \quad (21)$$

$$\hat{x} := \hat{x}_1 = \hat{x}_2 = c + \frac{2a(N - 3kc)}{s + 6ak}, \quad (22)$$

$$\tilde{x} := \tilde{x}_1 = \tilde{x}_2 = c + \frac{N - 2kc}{3k}. \quad (23)$$

### 定理 6

空港 1 と空港 2 が同質的ならば, 空港使用料  $x^*$ ,  $\hat{x}$ ,  $\tilde{x}$  の間に以下の関係が成り立つ.

(i)  $x^* < \tilde{x}$  かつ  $\hat{x} < \tilde{x}$ .

(ii)  $s > 10ak$  かつ  $N > \frac{8cks + 6k(6ak + s) \left( \frac{ab}{s} + t \right)}{s - 10ak}$  ならば,  $\hat{x} < x^*$ .

他の条件を同一とし, 市場構造のみの影響を考慮するならば, 2.4 で定めたような隣接する 2 空港の統合の場合に空港使用料は最大となることをこの定理の (i) は示唆している. そして, 空港容量がある程度大きく, かつ, 潜在的旅客数が十分大きい場合には, 2 空港間を競争させるよりも 2.3 で定めたような隣接する 2 空港の統合により, その空港使用料を小さくすることが可能になることもこの定理は示唆している.

## 3 おわりに

本稿では, 非協力ゲームを用いて, 空港統合の効果についての分析し, それぞれの命題からいくつかのインプリケーションを得た. その結果として, 3 ケース間の競争と統合という構造的差異は空港使用料へ影響を与えることが確認された. ここでは, モデルの構築とそこ

から得られた命題の解釈が中心となったが, 現実の空港間競争や空港の統合を分析するためには, より具体的な数値計算とその解釈が求められる. したがって, 今後の展開としては, 本稿で得られた空港使用料の Nash 均衡価格式を実際の空港間競争や統合のケースに適用し, それをもとに空港の競争と統合を評価することにある.

## A Appendix

### A.1 定理 1 の証明

各  $j = 1, 2$  について,  $g_j(x_1, x_2) = (x_j - c_j)w_j(x_1, x_2)f(x_1, x_2)$  とおくと,

$$\begin{aligned} \frac{\partial g_1}{\partial x_1}(x_1, x_2) &= \frac{x_2 + A_2}{(x_1 + x_2 + A)^2} \\ &\times \{-kx_1^2 - 2k(x_2 + A)x_1 - kx_2^2 + (N - kA)x_2 + (N + kc_1)A + c_1N\}, \\ \frac{\partial g_2}{\partial x_2}(x_1, x_2) &= \frac{x_1 + A_1}{(x_1 + x_2 + A)^2} \\ &\times \{-kx_2^2 - 2k(x_1 + A)x_2 - kx_1^2 + (N - kA)x_1 + (N + kc_2)A + c_2N\}. \end{aligned}$$

そこで, 各  $j = 1, 2$  について,  $\frac{\partial g_j}{\partial x_j}(x_1, x_2) = 0$  をみたす  $x_j$  を求めると以下の通りである.

$$x_1 = -(x_2 + A) + \sqrt{\frac{kA + N}{k}(x_2 + A + c_1)}, \quad (24)$$

$$x_2 = -(x_1 + A) + \sqrt{\frac{kA + N}{k}(x_1 + A + c_2)}. \quad (25)$$

式 (24) と式 (25) を連立させて, Nash 均衡 (3) を得る.

### A.2 定理 2 の証明

まず, 式 (4) より,

$$\begin{aligned} h(z) &= \left\{ \frac{a(s_1 + s_2)f(x_1, x_2)}{s_1 s_2} \right\} \left[ z - \frac{s_1 s_2 \left\{ -(x_1 + t_1) + (x_2 + t_2) + \frac{2af(x_1, x_2)}{s_2} \right\}}{2a(s_1 + s_2)f(x_1, x_2)} \right]^2 \\ &+ \frac{a(s_1 + s_2)f(x_1, x_2) \left( x_2 + t_2 + \frac{af(x_1, x_2)}{s_2} \right) - s_1 s_2 \left\{ (x_1 + t_1) - (x_2 + t_2) - \frac{2af(x_1, x_2)}{s_2} \right\}^2}{4a(s_1 + s_2)f(x_1, x_2)} \end{aligned}$$

を得る. 次に,  $\tilde{w}(x_1, x_2) < 0$  と不等式 (5) が同値であり,  $\tilde{w}(x_1, x_2) > 1$  と不等式 (6) が同値であることを示せる. 以上により, 定理 2 を示すことができる.

### A.3 補題 1 の証明

$(x_1, x_2) = \left(c_1, \frac{N}{k} - c_1\right)$  に対して, 不等式 (5) が成立すれば, 不等式 (9) を得え,  $\tilde{w}(x_1, x_2) < 0$  となる. このとき, 任意の  $(x_1, x_2) \in [c_1, \infty) \times [c_2, \infty)$  に対して,  $\tilde{w}(x_1, x_2) < 0$  となる. すなわち,  $z = 0$  とすることにより  $h$  は最小となる. よって, (i) を示すことができた.

(ii) も同様に示すことができる.

### A.4 定理 3 の証明

各  $j = 1, 2$  について,  $\hat{g}_j(x_1, x_2) = (x_j - c_j)\tilde{w}_j(x_1, x_2)f(x_1, x_2)$  とおくと,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{g}_1}{\partial x_1}(x_1, x_2) &= \frac{s_1}{2a(s_1 + s_2)} \\ &\quad \times \{-2(2ak + s_2)x_1 + (s_2 - 2ak)x_2 + (s_2 + 2ak)c_1 - (t_1 - t_2)s_2 + 2aN\}, \\ \frac{\partial \hat{g}_2}{\partial x_2}(x_1, x_2) &= \frac{s_2}{2a(s_1 + s_2)} \\ &\quad \times \{-2(2ak + s_1)x_2 + (s_1 - 2ak)x_1 + (s_1 + 2ak)c_2 + (t_1 - t_2)s_1 + 2aN\}. \end{aligned}$$

そこで, 各  $j = 1, 2$  について,  $\frac{\partial \hat{g}_j}{\partial x_j}(x_1, x_2) = 0$  より

$$\begin{cases} 2(2ak + s_2)x_1 - (s_2 - 2ak)x_2 = (s_2 + 2ak)c_1 - (t_1 - t_2)s_2 + 2aN \\ 2(2ak + s_1)x_2 - (s_1 - 2ak)x_1 = (s_1 + 2ak)c_2 + (t_1 - t_2)s_1 + 2aN \end{cases} \quad (26)$$

を得る. 定理 2 と式 (26) を用いて, 非協力ゲーム (8) における各空港の最適反応集合は以下の通り得られる. 空港 1 の最適反応集合  $\hat{D}_1$  は

$$\begin{aligned} \hat{D}_1 &= \left\{ \left( \frac{1}{2} \left( \frac{s_2 - 2ak}{s_2 + 2ak}x_2 + c_1 - \frac{s_2(t_1 - t_2) - 2aN}{s_2 + 2ak} \right), x_2 \right) \right. \\ &\quad \left. \left| x_2 \geq \max \left( c_2, \frac{s_2 + 2ak}{s_2 - 2ak}c_1 + \frac{s_2(t_1 - t_2) - 2aN}{s_2 - 2ak} \right) \right\} \\ &\cup \left\{ (c_1, x_2) \left| c_2 \leq x_2 < \frac{s_2 + 2ak}{s_2 - 2ak}c_1 + \frac{s_2(t_1 - t_2) - 2aN}{s_2 - 2ak} \right. \right\} \end{aligned}$$

となり, 空港 2 の最適反応集合  $\hat{D}_2$  は

$$\begin{aligned} \hat{D}_2 &= \left\{ \left( x_1, \frac{1}{2} \left( \frac{s_1 - 2ak}{s_1 + 2ak}x_1 + c_2 - \frac{s_1(-t_1 + t_2) - 2aN}{s_1 + 2ak} \right) \right) \right. \\ &\quad \left. \left| x_1 \geq \max \left( c_1, \frac{s_1 + 2ak}{s_1 - 2ak}c_2 + \frac{s_1(-t_1 + t_2) - 2aN}{s_1 - 2ak} \right) \right\} \\ &\cup \left\{ (x_1, c_2) \left| c_1 \leq x_1 < \frac{s_1 + 2ak}{s_1 - 2ak}c_2 + \frac{s_1(-t_1 + t_2) - 2aN}{s_1 - 2ak} \right. \right\} \end{aligned}$$

となる.

$\hat{D}_1$  と  $\hat{D}_2$  の位置関係に依存して, 非協力ゲーム (8) の Nash 均衡には次の 4 つに場合分けされる.

まず, 2 つの不等式

$$c_2 \geq \frac{s_2 + 2ak}{s_2 - 2ak}c_1 + \frac{s_2(t_1 - t_2) - 2aN}{s_2 - 2ak}, \quad c_1 \geq \frac{s_1 + 2ak}{s_1 - 2ak}c_2 + \frac{s_1(-t_1 + t_2) - 2aN}{s_1 - 2ak}$$

がいずれも成り立つ場合である. このとき, 非協力ゲーム (8) の Nash 均衡は未知数  $x_1$  と  $x_2$  についての連立 1 次方程式 (26) の解である. この連立 1 次方程式 (26) の解が式 (13) である.

次に, 2 つの不等式

$$c_2 < \frac{s_2 + 2ak}{s_2 - 2ak}c_1 + \frac{s_2(t_1 - t_2) - 2aN}{s_2 - 2ak}, \quad c_1 \geq \frac{s_1 + 2ak}{s_1 - 2ak}c_2 + \frac{s_1(-t_1 + t_2) - 2aN}{s_1 - 2ak}$$

がいずれも成り立つ場合である. このとき, 非協力ゲーム (8) の Nash 均衡は (14) となる.

同様に, 2 つの不等式

$$c_2 \geq \frac{s_2 + 2ak}{s_2 - 2ak}c_1 + \frac{s_2(t_1 - t_2) - 2aN}{s_2 - 2ak}, \quad c_1 < \frac{s_1 + 2ak}{s_1 - 2ak}c_2 + \frac{s_1(-t_1 + t_2) - 2aN}{s_1 - 2ak}$$

がいずれも成り立つ場合, 非協力ゲーム (8) の Nash 均衡は (15) となる.

さらに, 2 つの不等式

$$c_2 < \frac{s_2 + 2ak}{s_2 - 2ak}c_1 + \frac{s_2(t_1 - t_2) - 2aN}{s_2 - 2ak}, \quad c_1 < \frac{s_1 + 2ak}{s_1 - 2ak}c_2 + \frac{s_1(-t_1 + t_2) - 2aN}{s_1 - 2ak}$$

がいずれも成り立つ場合, 非協力ゲーム (8) の Nash 均衡は  $(x_1, x_2) = (c_1, c_2)$  である.

## A.5 定理 4 の証明

各  $j = 1, 2$  について,  $\tilde{g}_j(x_1, x_2) = (x_j - c_j)z_j(x_1, x_2)f(x_1, x_2)$  とおくと,

$$\begin{aligned} \tilde{g}_1(x_1, x_2) &= z_1 \left\{ -k \left( x_1 - \frac{N + kc_1 - kx_2}{2k} \right)^2 + \frac{(N - kc_1 - kx_2)^2}{4k} \right\}, \\ \tilde{g}_2(x_1, x_2) &= z_2 \left\{ -k \left( x_2 - \frac{N + kc_2 - kx_1}{2k} \right)^2 + \frac{(N - kc_2 - kx_1)^2}{4k} \right\}. \end{aligned}$$

これらを用いると, 空港 1 の最適反応集合  $\tilde{D}_1$  は

$$\tilde{D}_1 = \left\{ \left( \frac{N + kc_1 - kx_2}{2k}, x_2 \right) \mid c_2 \leq x_2 \leq \frac{N - kc_1}{k} \right\} \cup \left\{ (c_1, x_2) \mid \frac{N - kc_1}{k} < x_2 \right\}$$

となり, 空港 2 の最適反応集合  $\tilde{D}_2$  は

$$\tilde{D}_2 = \left\{ \left( x_1, \frac{N + kc_2 - kx_1}{2k} \right) \mid c_1 \leq x_1 \leq \frac{N - kc_2}{k} \right\} \cup \left\{ (x_1, c_2) \mid \frac{N - kc_2}{k} < x_1 \right\}$$

となる. これらを用いて, 非協力ゲーム (16) のただ 1 つの Nash 均衡が式 (17) となることが示される.

## A.6 補題 2 の証明

$\tilde{w}_1(x_1, x_2)$  へ非協力ゲーム (16) の Nash 均衡 (17) を代入し,

$$\tilde{w}_1(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) = \frac{3s_1s_2 \left\{ -(c_1 - c_2) - (t_1 - t_2) + \frac{2a}{3s_2} \{N - k(c_1 + c_2)\} \right\}}{2a(s_1 + s_2) \{N - k(c_1 + c_2)\}}$$

したがって,  $\tilde{w}_1(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) \geq 0$  と不等式 (18) が同値であることを示せる. 同様に,  $\tilde{w}_1(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) \leq 1$  と不等式 (19) が同値であることも示せる.

## A.7 定理 6 の証明

式 (21) と式 (23) より,

$$\begin{aligned} \tilde{x} - x^* &= c + \frac{N - 2ck}{3k} - \frac{1}{8} \left\{ -3A + \frac{N}{k} + \sqrt{\frac{(kA + N)^2}{k^2} + \frac{8(kA + N)(A + 2c)}{k}} \right\} \\ &= \frac{N + ck}{3k} - \frac{1}{8} \left\{ -3A + \frac{N}{k} \right\} - \frac{1}{8} \sqrt{\frac{(kA + N)^2}{k^2} + \frac{8(kA + N)(A + 2c)}{k}}. \end{aligned}$$

ここで,

$$\frac{N + ck}{3k} - \frac{1}{8} \left\{ -3A + \frac{N}{k} \right\} = \frac{9kA + 5N + 8ck}{24k} > 0.$$

さらに,

$$\left( \frac{9kA + 5N + 8ck}{24k} \right)^2 - \frac{1}{64} \left\{ \frac{(kA + N)^2}{k^2} + \frac{8(kA + N)(A + 2c)}{k} \right\} = \frac{16(N - 2ck)^2}{576k^2} > 0.$$

したがって,  $\tilde{x} > x^*$  を得る.

次に, 式 (22) と式 (23) より,

$$\tilde{x} - \hat{x} = c + \frac{N - 2ck}{3k} - \left\{ c + \frac{2a(N - 3kc)}{s + 6ak} \right\} = \frac{(N - 2ck)s + 6ack^2}{3k(s + 6ak)} > 0.$$

式 (21) と式 (22) より

$$\begin{aligned} x^* - \hat{x} &\geq \frac{1}{8} \left\{ -3A + \frac{N}{k} \right\} - \left\{ c + \frac{2a(N - 3kc)}{s + 6ak} \right\} \\ &= \frac{N(s - 10ak) - 8cks - 6k(6ak + s) \left( \frac{ab}{s} + t \right)}{8k(s + 6ak)}. \end{aligned}$$

これより,  $s > 10ak$  かつ  $N > \frac{8cks + 6k(6ak + s) \left( \frac{ab}{s} + t \right)}{s - 10ak}$  ならば,  $x^* > \hat{x}$  を得る.

## 参考文献

- [1] Forsyth, P., Gillen, M., and Niemeier H-M eds., *Airport competition: The European experience*, ASHGATE, 2010.
- [2] 石井昌宏・手塚広一郎・石坂元一・橋本悟「隣接空港間の競争と協調が空港事業の資金調達へ与える影響」, 一般社団法人 関西空港調査会 2019年度 調査研究助成事業 報告書, 2020.
- [3] Basso, L.J. and Chang, A. "Congestible facility rivalry in vertical structures," *Journal of Urban Economics*, Vol.61, 2007.
- [4] Socorro, M.P., Betancor, O., and Rus, G. "Feasibility and desirability of airport competition: The role of product substitutability and airlines' nationality," *Journal of Air Transport Management*, Vol. 67, 2018.
- [5] Kidokoro, Y. and Zhang, A. "Airport congestion pricing and cost recovery with side business," *Transportation Research Part A*, Vol. 114, pp.222-236, 2018.
- [6] Pels, E, Nijkamp, P. and Rietveld, P. " Airport and Airline Competition for Passengers Departing from a Large Metropolitan Area," *Journal of Urban Economics*, Vol. 48, No. 1, 2000.
- [7] De Borger, B. and Van Dender, K. "Prices, capacities and service levels in a congestible Bertrand duopoly," *Journal of Urban Economics*, Vol. 60, No. 2, 2006.
- [8] Mun, S. and Teraji, Y. "The Organization of Multiple Airports in a Metropolitan Area," *Journal of Transport Economics and Policy*, Vol. 46, No. 2, 2012.
- [9] Xu, F. and Hanaoka, S. "Effects of airport terminal competition: a vertical structure approach," *Transportation Research Part E*, Vol. 145, 2021.

*Research Institute of Economic Science*  
*College of Economics, Nihon University*

1-3-2 Kandamisaki-cho, Chiyoda-ku, Toyko 101-8360 JAPAN  
Phone: 03-3219-3309 Fax: 03-3219-3329  
E-mail: keikaken.eco@nihon-u.ac.jp  
<http://www.eco.nihon-u.ac.jp/research/economic/>