

日本大学経済学部経済科学研究所研究会

【第228回】

2025年8月1日

2023～2024年度共同研究A成果報告

**「動学的マクロ経済学の新展開：
理論モデル，実証的研究，
および政策的含意」**

〈講演者〉

日本大学経済学部元教授

／中央大学経済学部准教授

吉 田 博 之

日本大学経済学部教授

得 田 雅 章

中央大学名誉教授

松 本 昭 夫

立教大学経済学部教授

二 宮 健史郎

吉田 録画が始まりましたので、もう一度あらためまして、今回これから共同研究 A の研究発表をさせていただきます。きょうの順番はまず得田先生にご発表いただき、次、二宮先生、松本先生、最後に私ということで発表させていただきます。15分から20分、15分くると、ちょこちょこと私が音声で入りますので、目安にしていただければ幸いです。質疑応答は4人の発表が終わって、まとめて質疑応答ということにさせていただきたいと思います。得田先生から、よろしく願いいたします。

得田 どうぞ、よろしくお願いします。私からの報告は、“A Study on the Application of Weighted Average Land Prices to Macroeconomic Analysis”，邦題が「加重平均地価のマクロ経済分析への活用に関する一考察」でございます。研究のモチベーションといたしまして、鑑定地価に代表される公示地価でありますとか地価調査のデータは、個別の不動産取引の参考指標でありますとか税金の算定基準といったミクロ的な活用が主になっています。そうした地価統計を今回、マクロ経済分析に供する価値があるのかということの本研究として確認したいという思いがありました。そこで目的は、地価変動における資産効果がマクロ経済に与える影響について、定量的に評価考察するというものであります。方法といたしまして、まず加重平均地価の算出を行い、その算出したデータを用いて構造 VAR モデルを推定するというところでございます。研究の貢献は、鑑定地価調査統計のデータの利用価値の再評価にあるかと思えます。ペーパーのアウトラインはこんな感じで進めています。

研究に先立って、構造 VAR の類型に関して若干説明させていただきます。構造 VAR の類型といたしましていくつかございますが、上から推計パラメータの時間とともに変化するような VAR、ベイズ推定で安定性を向上させたベイジアン VAR、ショックの分散が時間とともに変化する VAR、インパルス応答を直接推定するような VAR、非線形な関係を考慮する VAR、国際間の依存関係を考慮した VAR、そして、パネルデータに VAR モデルを適用したパネル VAR です。こういうふうには、日進月歩で新たな手法が開発されている分野ということでもあります。今回はそういった中で

もベースとなっている構造 VAR について、日本のデータを用いた実証分析を行うということでございます。

そこで日本のデータを扱った先行研究を示しておきます。いくつかありますが、例えば原油価格の変動要因を需要・供給等に分解して、各要因の影響を分析した笛木・川本（2009）や北川等（2022）でありますとか、ポスト・ケインジアン視点から資本蓄積、所得分配、負債の動的関係を考察した西（2011）、伝統的および非伝統的な金融政策ショックの識別を試みた木村・中島（2013）、デフレ要因、特に賃金費用の役割を分析した浦沢（2013）、日本銀行による量的・質的金融緩和政策の効果を検証した中西（2021）、マネタリーベースの拡大が業態別銀行の貸出残高に与えた影響を検証した溜川（2022）、最後に、為替レートの変動と海外需要のショックが輸出に与える影響の相対的な重要性を評価した Iwaisako and Nakata（2015）というふうに、構造 VAR を使った実証分析というのは、非常に多くされてるということでございます。

今回、オリジナリティの一つとして加重平均地価という変数を用いるのですが、それがデータとしてどういうふうには算出できるのかということについての説明スライドになります。これは、本研究で活用する地価の変数というのは、鑑定地価である地価公示データ、および都道府県地価調査のデータ、これらを才田他（2004）や中村・才田（2007）に倣って調査時点の前年価額、価額というのは、1平方メートル単位辺りの地価掛ける地積のことで、その価額で加重平均した地価のことでございます。実際に算出したグラフがこちらになります。

家計の消費を通じた影響を見るために、現況の利用として住宅が含まれる調査地点を今回対象といたしました。2024年だと、地価公示のデータというのは全国に約1万8千地点、地価調査では全国約1万7千地点のデータがあり、両データともに同一の調査地点として、最長で1983年まで遡ってデータが入手できます。これらのデータから年次の時系列データを算出し、さらに線形補間で四半期データの形でデータ分析できるように準備いたしました。また比較対象として両データの単純平均のデータも算出し、同じく線形補間して

VARの推計に供することができるように準備いたしました。

グラフからは、地価の変動というものは加重平均値のほうが大きくて、地価調査ここではLPSと書いてありますがピークが1988年で、地価公示これはOLPと示されていますが、4倍以上の大きさとなっています。また、加重平均地価は単純平均地価に比べて、バブル期のピークが早く訪れていまして、地価公示で3年、地価調査で2年のズレが生じているということでありました。

これらのデータを用いまして、VARの推計に移ります。モデルとしては今回、AD-ASモデルの4変数バージョン、それと為替レートを加えた5変数バージョンを用意しました。それぞれ上からAD曲線、AS曲線、テーラールールに基づく政策反応関数、それと最後に、地価関数の方程式を用意しました。5変数のところは追加で為替レートの方程式を用意しています。データはこちらに示しているとおりで、大きく5変数に分けられます。GDPのデータ、物価指数のデータ、銀行の貸出金利のデータ、地価のデータ、それと為替レートのデータを用意いたしております。それぞれ細かいところで種類が分かれています。これらは全て総当たりで推計を行うことによって、特定のデータの特徴に左右されないような、一般的な影響というものを導き出すように工夫しています。

推計結果なのですが、ここでは同時点の係数行列を示しています。推計は今回、全部で108のケースを実施いたしました。同時点係数行列の6つのパラメータのうち、5つまで理論的な符号条件が合致した推計というものは、2期のラグモデルで6つのケースがございました。4期のラグモデルでは、11のケースがありました。物価指数では、CPI総合とコアCPIを用いたケースで符号条件の多くが合致したものの、コアコアCPIでは合致しないものが多かったです。金利では、どのグループの貸出約定平均金利にも特段の差異は確認できませんでした。資産価格では、地価調査の加重平均値を用いたケースの多くで符号条件の合致が見られて、マクロモデル分析において加重平均地価のデータを用いるという有用性が今回示されました。

さらに、ここから得られたパラメータを利用し

て、引き続きインパルス反応関数を調べてまいります。先ほど示しましたいくつかの結果のうち、有意なパラメータが多かった5つのケースについて、インパルス反応関数を示しました。加重平均地価に代表される資産価格のショックは、所得に対してはいずれのケースにおいても一貫して増加の反応を示していきまして、1年程度でピークを付けて、3年程度持続するという結果でした。物価に対しては、当初下落の反応を示しましたが、1年程度でそれは解消し、その後はわずかではありますがプラスの効果が現れました。金利は全体としてプラスの反応を示していきまして、地銀、第二地銀のデータを用いたケースにつきましては、当初若干の下落を示しているということが確認できました。

この結果についてはちょっと興味深かったので、もう少し深く考察して、この下落の程度というのが、第二地銀のほうが若干大きくなっているということを確認しました。これは、金融機関としての情報収集能力の差が現れた結果なのかもしれないというふうに考えられます。あるいは、経営地盤とする立地における経済状況が反映しているのかもしれない。いずれにせよ、銀行の業種によって対応が異なっているというのは、今回の推計を通じて出てきた興味深い結果かなと思っております。

逆に、バブル崩壊のように資産価格の意図しない下落に代表されるような負のショックに対しては、即座に金利を下げる反応が取れなくて、逆に引き上げてしまうようなことが発生して、営業基盤地域の景気悪化を招いてしまう恐れがあることが示唆されます。

次に、5変数のAD-ASモデルの推計に移ります。5変数の場合は、総当たりでいろいろな変数の組み合わせを試すことによって、全部で216の推計結果を得ました。ここではその中から、比較的符号条件の合致が多かった2期ラグモデルの結果を抜粋しています。こちらのスライドでは、4期ラグモデルで符号条件の合致が多かったものを抜粋して、いくつか出ささせていただいております。

同じように、インパルス反応関数に移ります。全体的な影響、反応につきましては、4変数モデルと、そう大きな変化はございませんでした。5変数モデルで新たに加えた為替レートなのですが、

今回こちらでは、実質実効為替レートが有意に出たということを示しています。この実質実効為替レートは、当初の反応がプラスの値になっていますが、これは増価、価値が高くなる (appreciation) ですね、円貨でいうところの円高を意味していません。

ここからは、追加分析について報告させていただきます。予測誤差分散分解になりますが、これは各変数の予期しない変動を予測誤差分散として定義して、これに対する各種ショックの寄与度を測定しています。各変数自身のショックが、確認期間である 20 四半期、すなわち 5 年を通じて、予測誤差の 9 割程度が説明されていることが確認できます。その中でも 4 変数モデルでは、物価の変動には GDP ショックが約 12 パーセントの寄与を、地価の変動には金利ショックが約 9 パーセントの寄与を示しました。このように物価と地価の変動が、比較的大きな寄与を示していたことが確認できました。

為替レートを追加した 5 変数モデルでは、物価の変動には GDP ショックが約 7 パーセント、地価の変動には金利ショックが約 10 パーセントの寄与を示していて、比較的大きな値でございました。なお、両モデルともに、比較の図は今回提示しませんが、第二地銀よりも地銀、地銀よりも都市銀行の貸出約定金利の影響が大きくて、規模の大きい、あるいは貸出量の大きい銀行の貸出行動が、地価の変動により大きく寄与しているということが確認できました。

もう一つ、追加分析としてヒストリカル分解も実施しました。こちらは、時系列のデータの標本期間中の変動を各ショックの累積的な影響に分解しまして、各要因がどの時期にどの程度変動に寄与したかということ进行分析するものであります。時間の関係であまり詳しいことは言えないのです

が、概して、先ほどのスライドの分散分解の結果を追認するものとなりました。

最後になりますが、まとめといたしまして 4 点提示させていただきます。本研究で用いた構造 VAR モデルは、変数間の相互作用でありますとか因果関係を時間軸に沿って、各種経済ショックの影響を分析できるという長所を有します。推計を通じて、加重平均地価を加えたケースがマクロ経済の諸変数と有意な関係を持つことが、今回の推計で確認できました。加重平均地価の上昇ショックに対する利子率の反応は、比較的規模の小さな銀行では当初適正な反応ができず、逆に低下させてしまうような可能性があることが確認できました。そのことから、小規模銀行が密集するエリアでは景気の振幅が必要以上に拡大してしまうことが懸念されると考察できます。

今後の課題といたしまして 2 点だけ述べさせていただきます。今回は時系列データを使ったのですが、時系列データではなくパネルデータ化することによって情報量が圧倒的に拡大して、より推計の精度向上が期待できます。データを集めようと思えば、全てパネルデータの形で集めることができるということが確認できていますので、そちらのほうも進めていければなと思っています。2 点目に、資産価格の急激な変動でありますとか金融政策の効果に焦点を絞って、時系列分析である構造 VAR、それと先ほど申し上げましたパネル分析の固定効果モデルでありますとか変量効果モデルを用いて、それぞれどのような政策的な含意が得られるのか、この点についても調べるのは非常に興味深いので早々に着手したいと思っています。

私からは以上になります。ご清聴ありがとうございました。

A Study on the Application of Weighted Average Land Prices to Macroeconomic Analysis (邦題：加重平均地価のマクロ経済分析への活用に関する一考察)

August 1, 2025
Co-Investigator
TOKUDA Masaaki

Literature 1 Typology of Structural VAR

VAR

- SVAR Christiano incorporates theory-driven restrictions to identify structural shocks, Christiano, Eichenbaum, and Evans (1999), Blanchard and Quah (1989), Ninomiya and Tokuda (2024) Chap. 2 (in Japanese)
- TVP-VAR allows estimated parameters to evolve
- BVAR enhances stability through Bayesian estimation
- SV-VAR permits time-varying shock variances
- LP-VAR directly estimates impulse responses without relying on the complete VAR system
- Nonlinear VAR accommodates nonlinear relationships among variables
- GVAR incorporates cross-country interdependencies
- Panel VAR applies the VAR framework to panel data settings etc.

August 1, 2025 NUCE Research Institute of Economic Science, Joint research A (Research presentation)

4

Introduction

- Motivation
The land price information, represented by appraisal land prices, land price public notices, and land survey data, is primarily used for micro-level applications such as reference indicators for individual real estate transactions and as a basis for tax calculations.
I would like to confirm through this paper whether such land price statistics have value for macroeconomic analysis.
- Research purpose
This paper aims to quantitatively evaluate and examine the impact of asset effects caused by land price fluctuations on the macroeconomy.
- Methodology
Calculation of the weighted average land price.
Estimation of a structural VAR model with the inclusion of asset variables (land prices).
- Research Contribution
Re-evaluation of the value of appraisal land price survey statistics.

August 1, 2025 NUCE Research Institute of Economic Science, Joint research A (Research presentation)

2

Literature 2 Applications of SVAR to Japan

(In Japanese)

- Fueki and Kawamoto (2009) and Kitagawa et al. (2022)
- Nishi (2011)
- Kimura and Nakajima (2013)
- Urasawa (2013)
- Nakanishi (2021)
- Tamekawa (2022)
- Iwaisako and Nakata (2015)
etc.

August 1, 2025 NUCE Research Institute of Economic Science, Joint research A (Research presentation)

5

Paper outline

1. Introduction
 2. Weighted average land price
 3. Characteristics of the structural VAR model
 4. Estimation
 - 4.1. Four-Variable AD-AS model
 - 4.2. Five -Variable AD-AS model
 - 4.3. Supplementary analysis
 5. Conclusion
- References

August 1, 2025 NUCE Research Institute of Economic Science, Joint research A (Research presentation)

3

Literature 3 Weighted average land price

(In Japanese)

- Saida et al. (2004)
- Nakamura and Saida (2007)

$$P_{S,t} = \sum \frac{V_{j,t-1}}{\sum V_{j,t-1}} P_{jt}$$

- P_{jt} the land price at location j at time t
- $V_{j,t-1}$ the previous year's value for the same site, calculated as the product of the site area and the unit land price (per square meter)
- $P_{S,t}$ the average of current land prices weighted by their respective values from the previous year

August 1, 2025 NUCE Research Institute of Economic Science, Joint research A (Research presentation)

6

Contemporaneous Coefficient Matrix (\hat{A}_0) of the Five-variable AD-AS Model (cont.)

Lag 4

case45					case46					case47				
Model	y	p	r	ex	Model	y	p	r	ex	Model	y	p	r	ex
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
4	-0.002	0	0	0	4	0.010	0	0	0	4	-0.012	1	0	0
12	0.272	-1.639	1	0	12	0.429	-0.94	1	0	12	0.444	-1.829	1	0
20	-0.008	-0.299	0.027	1	20	-0.002	-0.239	0.027	1	20	-0.480	-2.530	0.245	1
	0.164	-0.183	0.020	0.283		11.2364	-0.381	-0.024	-0.454		11.0542	-0.150	-0.007	0.008

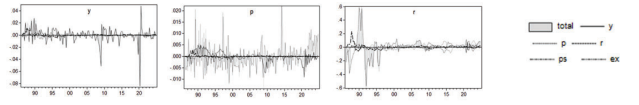
case48					case49					case50				
Model	y	p	r	ex	Model	y	p	r	ex	Model	y	p	r	ex
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
4	-0.001	0	0	0	4	-0.012	1	0	0	4	-0.001	1	0	0
12	0.268	-0.823	1	0	12	0.450	-1.068	1	0	12	0.278	-0.927	1	0
20	-0.003	-0.272	0.016	1	20	-0.474	-2.386	0.207	1	20	-0.015	-0.281	0.005	1
	0.162	-0.146	0.020	0.252		-0.065	-0.129	-0.009	0.007		0.188	-0.697	0.051	0.220

case51				
Model	y	p	r	ex
1	0	0	0	0
4	-0.012	1	0	0
12	0.265	-0.638	1	0
20	-0.482	-2.284	0.177	1
	-0.048	-0.088	-0.002	0.005

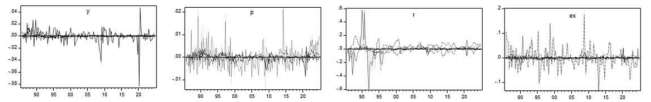
Note: Y = Real GDP; p1 = General CPI index; p2 = Core CPI index; r1 = Interest rate (city bank); r2 = Interest rate (regional bank); r3 = Interest rate (second-tier regional bank); pa1w = Official land price (Chika kpi, weighted); pa2w = Land Price Survey (Chika chisa, weighted); ex1 = JPY-USD exchange rate; ex2 = real effective exchange rate. Italicized values indicate that the sign does not match the expected direction; * denotes statistical significance at the 5% level.

Historical Decomposition

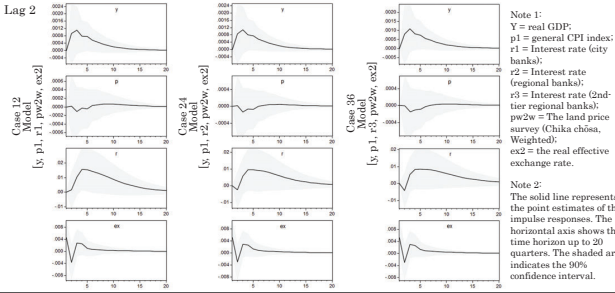
Four-variable Lag4 model (Case 06)



Five-variable Lag2 model (Case 12)



IRF of the Five-Variable Model (Asset Price Shock)



Note 1: Y = real GDP; p1 = general CPI index; r1 = Interest rate (city bank); r2 = Interest rate (regional bank); r3 = Interest rate (2nd-tier regional bank); pw2w = The land price survey (Chika chisa, Weighted); ex2 = the real effective exchange rate.

Note 2: The solid line represents the point estimates of the impulse responses. The horizontal axis shows the time horizon up to 20 quarters. The shaded area indicates the 90% confidence interval.

Conclusion

- This study's SVAR model has the advantage of analyzing interactions and causal relationships among variables over time and assessing the effects of various economic shocks.
- Several cases (including the weighted average land price) exhibited significant relationships with the macroeconomic variables.
- The response of interest rates to an upward shock in the weighted average land price was initially misjudged by relatively smaller banks, sometimes resulting in a decline instead of an appropriate increase.
- Concerns arise in areas where small-scale banks are concentrated that economic fluctuations may be amplified beyond necessity.

Forecast Error Variance Decomposition

Four-variable Lag4 model (Case 06)

Variable y	Shock			
	y	p	r	ex
1	100.00	0.00	0.00	0.00
4	97.43	0.13	1.07	1.37
12	95.65	0.51	1.38	2.26
20	95.61	0.55	1.36	2.26

Variable p	Shock			
	y	p	r	ex
1	0.13	99.87	0.00	0.00
4	8.96	88.15	2.69	0.10
12	11.85	85.09	2.84	0.42
20	11.88	85.06	2.82	0.45

Variable r	Shock			
	y	p	r	ex
1	0.31	1.83	97.85	0.00
4	1.02	5.21	89.89	3.79
12	1.67	5.28	87.84	5.13
20	1.81	5.47	87.57	5.14

Variable ex	Shock			
	y	p	r	ex
1	0.75	3.04	7.10	89.11
4	0.82	2.05	6.28	89.09
12	1.41	2.12	6.87	87.51
20	1.56	2.08	6.94	87.24

Four-variable model [y, p, r, ex]
Five-variable model [y, p, r, ex1, ex2]

Five-variable Lag2 model (Case 12)

Variable y	Shock				
	y	p	r	ex1	ex2
1	100.00	0.00	0.00	0.00	0.00
4	84.56	0.25	1.48	1.00	2.10
12	82.35	0.38	1.59	2.39	2.08
20	83.34	0.38	1.59	2.41	2.08

Variable p	Shock				
	y	p	r	ex1	ex2
1	0.14	99.89	0.00	0.00	0.00
4	2.25	87.07	1.45	0.03	6.18
12	6.76	84.68	2.16	0.10	6.30
20	6.76	84.65	2.16	0.12	6.30

Variable r	Shock				
	y	p	r	ex1	ex2
1	0.70	0.19	99.11	0.00	0.00
4	0.96	0.12	89.26	1.90	8.76
12	1.10	0.49	81.65	6.47	10.31
20	1.11	0.50	81.32	6.78	10.28

Variable ex	Shock				
	y	p	r	ex1	ex2
1	0.33	2.14	7.10	89.38	0.00
4	0.87	1.69	10.55	86.25	0.64
12	1.23	1.76	9.92	86.44	1.64
20	1.25	1.77	9.89	86.44	1.65

Future Direction

- Treating the data as panel rather than time series data would vastly increase the information available, potentially leading to improved estimation accuracy.
- Focusing on sudden asset price fluctuations and monetary policy effects, employing the structural VAR model for time-series analysis and the fixed-effects model for panel data could reveal distinct policy implications.

Thank you for your attention.



August 1, 2025 NUCC Research Institute of Economic Science, Joint research A (Research presentation) 19

吉田 得田先生，ありがとうございます。では、次に二宮先生，よろしいですかね。資料は共有していただけたので、二宮先生，よろしく願いいたします。

二宮 よろしく申し上げます。立教大学の二宮と申します。2年間にわたり、日本大学経済科学研究所の研究助成を頂き、有意義な研究を行うことができました。この場をお借りして、厚くお礼を申し上げます。その間の成果として、タイトルにありますように、寡占経済における負債マネタイゼーションと金融不安定性ということで、今回、成果論文を報告させていただきます。大分大学で共同研究会を一度開催しましたが、そのときは、ケインズ・ヴィクセル・モデルを報告させていただきました。試行錯誤している段階で、ケインズ・ヴィクセル・モデルではなかなか複雑なところがあり、今回は、寡占経済に絞って、負債マネタイゼーションと金融の不安定性の関係を検討してみたということでございます。それでは、内容に入っていきます。

先生方もご承知の通り、わが国は非常に膨大な国債累積残高を抱えています。今般の参議院選挙でも、各政党の政策を聞いておきますと、どの政党も消費税を廃止するだとか、給付金を出すとか、色々なことを言って、選挙目当てでありありだなどという感じがしましたが、ではいったい、この膨大な国債累積残高をどうするんだということで、もちろん消費税を廃止する分をどうするかいうことは、多少議論はあったようですが、どうもポピュリズム的な感じで消費税を税率を下げるとか、廃

止するとか、あるいは給付金出すとか、そういったパラマキ的な政策が前面に出ているという感じでした。私としては、非常に危険な感じがしておりました。

何年か前から機会がございまして、現代貨幣理論、いわゆる MMT について検討をさせて頂いておりました。負債マネタイゼーションは、MMT が言ってるものと実際には定義が少し異なります。基本的には、中央銀行が政府支出を貨幣発行で賄うということと考えますと、よく MMT の批判にありますのが、要はそんなことをしてしまうとハイパーインフレーションが起きるだろうというものです。これは、MMT の議論に限ったものではなく、負債マネタイゼーションは、結局、戦後のドイツや日本の例を見れば明らかなように、そういうことをやってたらハイパーインフレーションが起こって経済破綻するということで、基本的には禁止されていたことがあるわけです。

日本の場合、1970 年代に建設国債の発行ということで、それが容認されて以降、国債の発行がどんどん累積して、債務危機を起こしたギリシャに比べても、膨大な累積残高を抱えています。しかも、それを日本銀行が大量に保有しています。これは黒田氏が日銀の総裁になってから一層、異次元の金融緩和、黒田バズーカということで、それに拍車をかけたという面があると思います。これは事実上の財政ファイナンスだと思います。ただ、日本の場合、それでギリシャのような危機が起こっているかということではなく、日本が MMT の成功事例であると言われたりもしております。

繰り返しになりますけれども、MMT は変動為

替相場制と自国通貨を持つ国は、インフレにならない限りは自国通貨で財政支出をファイナンスし続けることが可能である、と主張しています。私はこの議論を少し勉強させて頂いて、MMTの議論はいわゆる内生的貨幣供給論を採用していると考えています。元々はポスト・ケインズ派が内生的貨幣供給論を採用していますが、その中でも論争があり、ストラクチャリストとホリゾンタリストという二つの考え方があります。そして、MMTはどうもホリゾンタリストに基づいているのではないかと。つまり、利率を中央銀行が決めれば、市中銀行も含めて内生的に貨幣が供給される考え方です。

これは当初、いわゆるマネタリストに対してカルドアとかが主張した考え方だと思うのですが、この考え方、特にホリゾンタリストに基づくと、利率が完全に内生化されてしまうので、T-O型の金融不安定性、これはTaylor and O'Connell (1985)を基にした金融不安定性ですけれども、これが発生しないことになってしまいます。T-O型の金融不安定性というのはどういうものかという、所得が上がりればむしろ利率率が下がって、投資が促進され、さらに景気が加熱するというものです。MMTの議論を検討をする中で、そんなに政府支出を貨幣でファイナンスしていると、金融の不安定性を誘発してしまうのではないかと考えておりました、これをきちっとモデルで検討しようというのが、まずこの研究の第一歩ということになります。

まず、MMTの特徴について、2点、先ほど言いましたように変動為替相場制のもとで自国通貨を発行している国は、インフレが起きない限り財政支出をファイナンスし続けることができる。内生的貨幣供給論、ホリゾンタリストに基づいて、貨幣数量説を否定していることが特徴として挙げられます。その他にもいくつか特徴がありますが、時間があれば追加でお話をしたいと思いますけれども、このようにいくつか特徴が整理されるかと思います。

この研究の先行研究として、浅田先生とか笹倉先生とかが、政府の予算制約を考えたモデルで検討しているのと、最近では浅田先生が、MMTの議論をもとに政策等を検討しているといったものがあります。しかしながら、浅田先生の研究は、

先ほど言ったT-O型の金融不安定性ということを考えていませんので、その点を入れて考えてみようというのが、この研究の主たる目的ということになります。

本研究の目的ですが、負債マネタイゼーションの効果を、金融不安定性を考慮した寡占経済のポスト・ケインズ派マクロ動学モデルにおいて検討するというものです。結論を最初に言ってしまいますと、先ほど、負債マネタイゼーションが金融不安定性を誘発するのではないかと考えてたんですけども、少なくともこのモデルからでは、負債マネタイゼーションは、先ほど言ったT-O型の金融不安定性とは別の経路で発生するという事です。そして、もう一つ、負債マネタイゼーションは、寡占経済においては、もちろん経済を不安定化させるという結論が得られました。

ポイントとしては、先ほど言いましたように、負債マネタイゼーションをやる、お金をばんばん流すということですから、金融不安定性がより起こりやすくなるのではないかと、非常に懸念を持ってたんですけども、確かに動学体系を不安定にするんですけども、いわゆるT-O型の金融不安定性とは別経路で起こる。つまり、別に負債マネタイゼーションをやらなくても、T-O型の不安定性は発生するし、負債マネタイゼーションをやっていたとしても、それに関係なくT-O型の金融不安定性は発生する、ということが主たる結論になります。

具体的なモデルですけれども、ポイントとなるところを、かいつまんで説明しますと、T-O型の金融不安定性は、貨幣供給関数が所得と利率の関数であるというふうに定式化しているのがポイントになります。古くは1969年のRoseの論文がこのような定式化をしています。要はこの貨幣供給関数に所得が入っているということで、この中に市中銀行の行動が含まれています。つまり、景気が良いときには市中銀行が貸付を増やしますから、貨幣乗数が大きくなって、結局、貨幣供給量が増えるということです。この要素が入っているということがポイントになります。

元々のTaylor and O'Connell (1985)の論文は、貨幣需要関数に経済に対する確信の状態が導入されていて、経済に対する確信が高まれば、景気が非常に良いと考えてむしろ貨幣需要を減らして、債

券とか株式のほうに需要がシフトすることで、金融不安定性が発生すると考えています。つまり、資産間の代替性が大きいときに金融不安定性が発生すると説明されていますが、ここでは貨幣需要関数の中には、そういうことは入っていません。むしろ貨幣供給関数の中にそれが入っていますから、Taylor and O'Connell (T-O) 型の金融不安定性というよりは、Rose 型の金融不安定性と言ったほうが良いのかもしれませんが、基本的には後ほど述べるように、金融不安定性の経路としては同様ということになります。これが一つポイントです。

利率がどのように決まるかという点、貨幣市場の均衡で決まると考えています。大分大学での報告では、債券市場の均衡で決まると定式化していましたが、それをやると計算が非常に煩雑になりますので、ここでは、貨幣市場の需給均衡でやらせて頂きました。利率が所得の減少関数になるということがポイントになります。

所得が上がれば、むしろ利率が下がるのは、どういうときに起こるかという点、景気が良くなると市中銀行が景気が良いからということで安心して、どんどん貸付を増やすと所得の増加にも関わらず利率が下がってしまいます。つまり、銀行の信用が、金融不安定性に非常に影響を与えるということです。この考え方は私だけではなく、足立先生も市中銀行を考慮したモデルで、このように示しています。これがポイントです。

さらに、ここに負債マネタイゼーションを入れようということですから、税金があって、不足分をハイパワードマネーを増加させて政府支出を増加させます。中央銀行と政府の統合政府がハイパワードマネーの増加により政府支出と税収のギャップを埋め合わせます。つまり、ハイパワードマネーの動態が定式化されます。負債マネタイゼーションをどこで捉えるかという点、政府支出をベータ×所得と定式化して、ベータがどんどん大きくなると、負債マネタイゼーションが大きくなると考えます。この関係を、先ほどのハイパワードマネーの動態に入れて、ベータが非常に重要なパラメータになりますが、ベータの大きさと、先ほど述べた T-O 型の金融不安定性の関係をこのモデルで検討しました。

この後、消費関数とか投資関数を定式化し、インフレ率は寡占経済を想定していますからフィリッ

プス曲線を考えています。つまり、通常の寡占経済のモデルになっております。そして、ハイパワードマネーを PK で割ったもの動態等を考慮します。さらに、期待インフレ率は均衡財政のときの長期インフレ率に等しいと想定をしました。そうすると 3次元の動学体系に定式化されます。そして、均衡財政の場合とベータが大きくなった場合を比較検討しています。

均衡財政の場合、結論だけ申し上げますと、均衡財政の場合でも所得が上がると利率が下がり、投資が促進されて景気が加熱する、つまり T-O 型の金融の不安定性が発生するということが導出されます。また、実物的要因でも、経済は不安定化します。さらに、寡占の程度が小さい場合には、動学体系が安定になるという結論が得られます。

負債マネタイゼーションの場合、ベータが非常に大きいと、結局、動学体系が不安定になります。つまり、政府支出がどんどん増える分、実物的な分と、それから貨幣供給がどんどん増えていく分の二つの経路から負債マネタイゼーションが動学体系を不安定化させるという結果が得られました。但し、この場合についても、T-O 型の金融の不安定性はやはり発生します。負債マネタイゼーションとは全く別に発生するということですので、負債マネタイゼーションをどんどんやるから、T-O 型の金融不安定性が発生しやすくなるということは、少なくともこのモデルでは言えなかったということになります。

この場合も、寡占の程度が小さいときに動学体系が安定となります。結局、競争経済に近いほうが良いということにはなりません。それで負債マネタイゼーションと T-O 型の金融不安定性が回避できると考えるのは早計ではないかと思えます。この点については良く考えないといけません。今回は寡占経済で検討させて頂いたということになります。

繰り返しますが、負債マネタイゼーションというのは寡占経済の動学体系を不安定化させる。それから負債マネタイゼーションとは関係なく、金融不安定性が発生する。MMT がホリゾンタリストを採用していることに問題がある。ということが本研究の結論になります。但し、寡占の程度が小さい場合には、T-O 型の不安定性が発生しないので、ケインズ・ヴィクセル・モデルで検討す

る必要があるということが今後の検討課題となります。以上で終わりたいと思います。有り難うございました。

吉田 ちょうど時間、ありがとうございました。ディスカッションはまた後ということにして、次、松本先生をお願いしたいんですけども。

松本 ご紹介、ありがとうございます。中央大学の松本でございます。今回、日大から貴重な資金援助を得て、いくつかの研究成果を出すことができましたので、非常に感謝しております。得られた幾つかの成果の一つを報告いたします、非常に大ざっぱに言ってしまうと、マクロモデルの中で環境問題、あるいは環境の汚染といったようなものを、動学体系の中で考察した研究ということであります。

簡単に先行研究を見てみます。まず、1982年にRichard Dayが行った、離散のSolowモデルに対して、環境汚染の影響がどのようにマクロ経済の変動に影響するかを考えた論文があります(Irregular Growth Cycle, AER)。モデル自体は非常に簡単に、所謂Solow Growthモデルに若干の改訂を施したものです。汚染の効果をどのように考えるかというのは、いろんな考え方があると思いますが、Dayは環境汚染の要因を過度の資本蓄積と考え、生産効率に負の効果を与える、つまり環境汚染が進むと生産効率が落ちるというような形で、環境汚染をSolow流のマクロ動学のモデルの中に導入しました。通常のSolowモデルの結論は一人当たり資本は定常点に収束し、総資本はbalanced growth pathにそって成長していくというのですが、Dayの構築した修正されたSolow動学方程式では一人当たり資本量が大きくなると環境汚染も進み、その結果、生産効率がわるくなる。これが経済成長を鈍らせるように働きます。詳細な導出過程は省きますけれども、この汚染効果により資本の蓄積方程式が山形をした非線形な動学方程式になり、その結果この定常点には必ずしも安定的でなく、不安定になります。そして、当時、まだ非常に斬新であった、非線形経済動学理論を援用しカオスを含む非常に複雑な動学ということを生み出すということを、非常に簡単なモデルで示しました。これは、非線形経済動学理論を始めて、

経済の動学分析に応用したDayの論文の概要です。

その後、私と共同研究者のFerenc Szidarovszkyが、この差分方程式で記述される動学方程式を、微分方程式で置き換え、生産遅延を導入してその効果を考察しました(2011, Delay differential neoclassical growth model, JEBO)。まず、この環境汚染による生産非効率効果を非常に簡単な $1-k(t-\tau)$ で置き換えた。k(t)はt時点の一人当たり資本で、 τ は生産遅延を表します。次いで、私たちは次の論文(2013, Asymptotic behavior of a delay differential neoclassical growth model, Sustainability)で、生産非効率効果を $e^{-rk(t-\tau)}$ で置き換えて、前の論文ではkの定義域が(0,1)に限られていたものを、kが正の範囲だったら、常に定義できるというような形に拡張した。さらにこの効果を、 $1/(1+\delta k)$ とkの減少関数に置き換えている研究もあります。内在する資本蓄積方程式の非線形に依じていろいろな動学が生まれることが確かめられています。

これらの論文では動学方程式は一次元の資本蓄積方程式だけです。本研究では動学方程式を2次元に拡張し、資本kと環境汚染をしめすpという二変数の蓄積過程を考察します。資本の蓄積方程式は、Solowモデルと同一です。sが貯蓄率であり、 δ が減価償却率で、nが外形的に与えられる人口成長率です。それに対して汚染は、生産を行うことによって発生すと想定しています。その汚染度を表すのがこの ϕ で、mは自然が持つ汚染の自浄係数です。

この2次元の資本-汚染動学モデルは、XepapadesがHand Book of Environmental Economicsで提示しました。彼のモデル自体は非常に簡単なものですが、一つの特徴は、汚染は資本蓄積に影響を及ぼさないが、資本は生産を通じて汚染蓄積に影響するという相互依存ではなく資本から汚染への一方方向の影響しか考えていないことです。よく知られているようにSolowの資本蓄積過程は漸近安定ですから、定常点に収束します。kからのpに対する影響というのは、一方方向だけで、フィードバックはありませんので、kが安定すれば当然pの変動も安定するわけですね。ですから、Xepapadesのモデル自体は安定したモデルであって、ある定常動態に向かっていくというような性格を持っています。これは数理的に示すことができますが、ここでは省きます。

Ferrara, Guerrini, Sodini (2014, Nonlinear Analysis) 達は、この Xepapades モデルに、資本蓄積の τ で表示される遅延を導入して、それが資本と汚染の動学過程にどのような影響を及ぼすかを考えました。彼らの結論というのは、遅延というのは不安定効果があるので、遅延が小さければ安定なケースもあるけれども、大きくなると不安定になることを示し、さらに、不安定の場合に経済的な循環が起こる可能性があるといったようなことを示しました。

この二つのモデルを比較してみますと、主な違いというのは、動学過程が資本変数 $k(t-\tau)$ を含み、遅延微分方程式で表されていますが、Xepapades は遅延を考えていませんので、通常の $k(t)$ を含む微分方程式で動学が記述されていることです。更に、Ferrara 達のモデルには人口成長率を表す n が入っていないので、人口成長がなく、労働力は一定と仮定しています。これは分析の単純化のための仮定です。我々も、この Ferrara 達と同じようなことを考えていこうということなんですけども、もう少し厳密にモデルを構成します。Solow (1956, QJE) のモデルに戻って、一人当たり資本の k でなく、総資本 K の動学方程式に遅延を導入し、そこから生産関数の一次同次性を利用して一人当たり資本 k の動学方程式を導き出します。このような操作により、Ferrara 達の一人当たり資本の動学方程式に直接遅延を導入した場合と異なり、遅延に依存した係数をもつ動学方程式が導出できます。次いで、環境汚染が資本蓄積に影響を及ぼす項 θp をいれ、相互依存関係をもつ蓄積過程を考えます。環境汚染蓄積過程も同様な方法で一人当たり汚染 p の遅延動学方程式を導出します。この結果、先ほどの Ferrara 達とは、問題意識は同じですが、蓄積方程式が異なる 2 次元の動学モデルが構築できます。あとは、通常の方法に習い、まず定常点を求め、それが正かつ単一であるパラメータ条件を求める。ついで非線形な動学方程式をこの定常点近傍で線形化して、小域的安定条件を求める。大域的な変動は数値的にモデルのシミュレーションを行い確認します。

Ferrara 達と私のモデルの違いというのは、 n で表される経済成長率の効果、 θ の汚染の k へのフィードバック効果、そして遅延 τ が資本と環境汚染の蓄積過程にどのような影響を及ぼすか、と

というようなことを主に考えているということです。

本論文では、この一番最後の遅延効果、これが一番重要な点ですけれども、ここを中心に議論をしていきます。話を進める前に、ベンチマークとして、もし遅延がなかったら、どのようなダイナミクスが出てくるのかということを考えていきます。 $\tau=0$ の場合、これも細かい議論を省きますけれども、正の定常点とその漸近安定性を補償するパラメータ条件を導出することが出来ます。

そして、さらに次に $\tau>0$ の場合、定常点がどのような変動をするだろうかという点に注目します。通常の動学分析方法に従い、まず非線形動学方程式を線形化します。それを利用して特定方程式を求め、その特性根が、どのような値を取るかということ調べます。特性方程式は 2 階の方程式になりますが、遅延特性方程式は、 $e^{(-\delta\tau)}$ が入ってくる。これが遅延を導入したことにより新たに出現する項ですね。遅延がないとこの項が 1 になりますので、全て通常の計算になるんですけど、これがあるために、ちょっとこの処理が難しくというか、少々煩雑になります。

まず遅延微分方程式は無限次元の微分方程式と同値になります。言い換えれば遅延特性方程式は無限個の特性根を持ちます。すべての特性根の実部が負であれば、その定常点は安定であり、正の実部をもつ特性根があれば、不安定になります。無限個の特性根がありますので、一つ一つの根の実部の正負を検証することが不可能です。そこで、どういことを考えるかということ、先ほどもやりましたように遅延がない場合は、経済は安定化していることを出発点にします。解の連続性から、遅延が十分小さな値であれば、定常点は依然として安定と考えることができます。つまり、無限個の特性根の実部はすべて負であると想定することができます。その状態で遅延を徐々に増加させた場合に定常点が不安定化するかどうかを考える。不安定化するというのは、無限個ある特性根のうち一つでも実部が負から正に変わる根があるかどうかを調べればよいことになります。特性根の実部が負であれば全て安定なわけですが、そのうちひとつでも特性根の実部が正になると、定常点は不安定になるわけです。遅延を小さな値から徐々に増加させ、全部負である特性根のうちの一つでも正になる可能性を検証します。ここで実部が負か

ら正になるためには必ずゼロを取らないといけないという点に注目します。そのために二つの可能性をチェックします。特性根が実根であれば、特性方程式がゼロの実根を持つかどうかを調べます。多くの場合ゼロの実根を持つことはありません（特性根がゼロであれば、その時の特性方程式はパラメータだけの項が残っています。このパラメータの組合せがゼロになることは通常はありません）。次に複素根を考えます。複素根の実部がゼロあるいは純虚数根があるかどうかを調べます。パラメータの値により純虚数解がある場合とない場合に分かれます。もし純虚数解がなければその負の実部は正の実部に変化しませんので、遅延がどのような大きさであろうと安定性に影響を与えない harmless であることとなります。もし純虚数が存在すれば、遅延を増加するに従い、複素根は負の実部（安定）、ゼロの実部（純虚数）そして正の実部（不安定）と変化し、定常点は安定から不安定に変化します。この場合に遅延は不安定効果を持つと言います。

当該モデルで対応する特性方程式が純虚数を持つか否かのチェックは細かい数学的な展開をする必要がありますが、ここではそれを飛ばし、一気に結論に飛びます。図に示されているように、他のパラメータは適宜特定化されている前提で、 (n, τ) 領域が三分割されています。くつかパラメータは適宜値が決められています。n は人口経済成長率であり、 τ は遅延の大きさを決めています。三つの領域のうち、右上の青い部分に注目します。この領域では定常点が負になり、経済学的な意味を持っていません。そこで、この領域は排除する必要があります。

真ん中の黄色い領域では、定常点は安定的です。この図には書き込んでありませんが、この黄色い領域は特性根が実根（単調収束）になる場合と複素根（減衰振動収束）になる場合とに分けることも可能です。左上の赤い領域は定常点が不安定になります。右上がりの赤い線は安定領域と不安定領域の境界線になっています。そしてこの線上では特性方程式は純虚数根を解として持つこともわかっています。人口成長率がゼロに近い負の場合、遅延が大きくなると赤い境界線を下から上に交差します。黄色領域では実部は負で安定、燈領域では実部が正で不安定に変化しますので、この赤い

線のことを安定性交代曲線 (stability switching curve) と呼びます。もう一つ、赤い線近傍では解は振動しています。黄色い領域では、すでに述べたように、解軌道は減衰振動をしながら定常点に収束していきます。他方赤い領域の解軌道は発散振動しながら定常点から遠ざかっていきます。元の動学方程式の非線形性が強い場合には、定常点が不安定で、発散振動をしても、大域的には一定の周期解に収束する場合があります。数学的には Hopf 分岐の可否を調べることで周期解の存在を確かめることができます。次の図では安定性交代曲線上に三つの点を選び、対応する解軌道が周期的であることを数値的に確かめています。いくつか適当な点を取って数値シミュレーションをしているだけなのですが、資本 (k) と環境汚染 (p) が循環的に変動する可能性があるというのが、本研究の一つの結論であります。遅延と環境汚染を考えるとということによって、経済で通常観察されるようなものであろう循環的な変動といったようなものが、一応説明できるというのが一つの結論として得られています。

もう一つ重要なことは、ここからどうするかということです。この図は経済のデータとして得られるものですが、縦軸にいわゆる特殊合計出生率を取ってその経年変化（1950-2023年）を示しています。親が子どもが平均的に何人持つかということの変化を図示したものです。2 というのがクリティカルポイントであって、2 より低いと人口が全体的に減っていくわけですが、五つの国を取りあげています。日本とフランスとイギリス、イタリア、ドイツですけれども、やはり 1975 年の後半ぐらいから、この 2 の線を上から下へ交差し、以後若干の変動はありますが、常に 2 以下になっている。つまり平均的な子どもの人数、一家族が持つ子どもの人数が 2 より下になっているというようなことで、先進国の多くは人口成長が減少傾向になることがわかっています。

こちらの図は 2024 年のデータをもとに作成されています。主に OECD の国の人口成長率と総人口数をプロットしたものです。横軸が人口の成長率で、縦軸が総人口です。緑色の領域では人口成長率がすでに負になっている国が記載されています。例えば日本、ポーランド、ハンガリー、ドイツ、イタリアとかは既に負の成長率になってい

ます。正の成長率ですが、人口成長率がゼロに近い国も数多くあります。これらの国々では、特殊合計出生率が2より低いとおもわれますので、近い将来緑色の領域に移動する可能性は高い。多くの国の人口の成長率はだんだん小さくなり、経済も停滞・縮小にすすんでいるというような状況を考えると、ここで問題提起に戻るわけですが、Solowモデルというのは人口成長率は通常、正という形で考えているわけですが、その成長率といったようなものが近い将来、多くの国で負になるという状況を考えると、経済成長を考える際に理論分析でも計量分析でも成長率が常に正であるというような仮定を外して、負であるといったような状況に拡張した上で、今後、経済動学というのを考える必要がある。この方向で、さらにこの研究を続けていこうというのが次への指針ということになります。この辺で終わります。ご清聴ありがとうございました。

吉田 松本先生、ありがとうございました。

吉田 では最後、私の発表をさせていただきます。ちょっとお待ちください。画面共有はされてますね。では、最後になりますけれども、為替レート変動による複雑な景気循環の発生。小国モデルという形でモデルを発表させていただきます。

景気循環のモデルとして、大ざっぱに分けますと、確率論で景気循環を捉えるモデルと、2番目、決定論で景気循環を考えるモデルもありますし、折衷論で考えるモデル、主に3通りあります。よく言われるのがフリッシュの初期の頃のモデルですが、1933年モデルで、そのモデルというのは外部衝撃、ショックがあって、経済のシステムはもともと安定的であるという、そういうつくりでモデルを組み立てたフリッシュモデルというのがあります。この方は1969年ノーベル賞をもらっているという人ですね。

最近になると、最近といっても1985年のリアルビジネスサイクルモデル、キドランド、アンド、プレスコットさんたちのモデルはこれ、Dynamic Optimization Modelに外部衝撃を入れているモデルですね。この方たちも2004年にノーベル賞をもらっているという。大きな流れとして、そういう確率論を外部衝撃を使って景気循環を考えると

というグループと、あとは決定論、非線形動学で景気循環を考えるという考え方もありまして。それは、初期のパイオニアの論文になるんですけども、カルドア、1940年の論文であるとか、グッドウィン、1967年。グッドウィンは他にはいろいろ出しているんですけども、工学的な振動論であるとか、生物学のモデルを援用して景気循環を出すという、そういう流れもあります。カオス理論を使ったりしております。あとは折衷論としては非線形動学プラス外部衝撃。ここで挙げているのはアサダ、ミサワ、イナバ、2000年の論文で、確率項の導入をして、モデルの隠された構造が顕在化するんだとか、そういう研究をされています。

次、そういう論文があるということ、小さなお話になるんですけども、極限周期軌道、リミットサイクルということに批判もありまして。メディオさん、1991年に極限周期軌道というのは規則的です。時間がたてば規則的な運動になるという話、そういうモデル、リミットサイクル、そういう性質を持っていますので。経済がそういう状態に落ち着くと、用心深くて慎重な経済主体であれば、経済変動の規則的な循環が予見できるようになるので、早晩、規則的な循環は消滅してしまう運命にあるとか、そういうことを述べている文章があったりします。

それは、経済主体がそういうふうには予知できるようになるという、ある種の批判なんですけれども。そういうポスト・ケインジアンでこういう極限周期軌道のお話が出たんですけども。そういうことを考えるのであれば、単純な機会形成をする経済主体とか、合理的経済主体という、そういう主体のもう少し細かい設定を考えて、モデルをつくるべきであるというお話なんですけれども。そういうモデルも実はありまして。セチさんやフランケさんは、1995年に異質な経済主体がいて、経済の循環がどうなるかということ进行分析しているという論文もあります。この辺はちょっとしたお話なんですけれども。

あと、カルドアモデルに、確率。カルドアモデルというのは景気循環ですね、S字型の投資関数、1940年の論文なんですけれども。それに確率項を導入したらどうなるかという論文も、コスブド、オニールさん、1972年。グラスマン、ベンツェル、1994年。ドウタニ、ミサワ、イナバ、ヨコオ、

1996年。これ離散モデルでやっています。比較的最近になると、2018年にパスキリセバ、ラディ、リヤスコ、リアザノバさんとかは、カルドアモデルに確率項を入れていろいろやっています。そういう流れもあります。

あと、カルドアモデルにおいて連続時間でカオスが出るっていうモデル、論文も実はありまして、有名なハンス・ウォルター・ローレンツなんですけども、1987年に3国間の貿易モデルで、ISLMでモデルを組み立てています。それは各国がそれぞれリミットサイクルを持っているんですけども、リミットサイクルを持っているんですけども、それを貿易という形で国を結合させるわけですね。結合させることによって、6次元モデルっていうのをつくって、カオスが発生しますっていう話です。こういう着想っていうのは、結合系、結合振動子とかっていう物理系のお話で有名な話があるので、そういうものを題材にローレンツさんはカオスが発生するってことを言っています。実際、数値シミュレーションでカオスが発生しています。

あと番外なんですけども、あとサイキ、チアン、ヨシダの話でも、2国間で貿易を入れるとカオスが出るっていう話もしてます。すみません。この私の2011年の論文は、これは貿易はないですね。貿易はないんですけども、資本家がいる、A国B国に投資の配置をする、利潤が高い国に投資を配置するっていうふうには、グローバル資本家がいる、そういう資本家がいたらそれが結合要素になる、結合振動子の要素になるので、2国間でカオスが発生しますっていうことも言っています。

ちょっとこの辺はさらっといくんですけども、カオス理論の始まりなんですけども、カオスがなぜもてはやされたかっていう話なんですけども。それは単純な方程式が複雑な挙動を生み出すっていう、ちょっと驚き。単純な方程式だと単純なことしか出てこないっていうのが、それまでの常識だったんですけども。単純な方程式が複雑な挙動を生み出すっていうのが、すごく驚きな話で。このローレンツさんはエドワード・ローレンツさんで、経済学者じゃなくて気象学者ですね。1963年で、XZとかXY、ここの3変数の微分方程式なんですけども、すごく単純な非線形性を入

れてカオスが出る。レスラーさんも1976年、1本の式だけ、ZとXの非線形性を入れるとカオスが出てくるっていう。これはローレンツさんのよく出てくる図ですね。数値シミュレーションです。レスラーさんもこういう感じでカオスが出てきますよということでございます。3次元なので、左のほうは3次元です。右のほうはプロジェクション、投影した図になります。

あと、私は今回どういうお話になるかというのを、ちょっとまだ言ってないんですけども。数学的な位置付けをとすると、この、上田教授の1978年の、有名なジャパニーズ・アトラクタとかっていう、有名な上田先生、京都大学の先生だったんですけども。ダフィング方程式っていう、工学の振動が起こる方程式なんですけれども、それに強制振動項、外部から振動を与えてやるとカオスになりますっていうお話です。それを、論文、これは1978年になってるんですけど、実はご本人によると大学院生のときにこういうの、1961年に観測してたっていうことですね。1961年ですから、カオスっていう概念はないので、実験とかでやったわけなんですけども。観察誤差であるとか、そういうふうにはその当時は見なされて、あまりカオスって概念をまだ誰も知らないときだったので、見過ごされてたということです。

この上田論文、上田先生のジャパニーズ・アトラクタの話、経済学における応用もありまして。これ、ササクラ先生、1999年、ノードハウスの政治的景気循環。このノードハウスって、この前、環境経済学でノーベル賞をもらった方なんですけど。実はこういう政治的景気循環理論っていうのもしてて。選挙の前になると、積極財政をすることになるので景気はよくなるっていう話です。それが景気循環を引き起こしてるっていうお話なんですけども。それをノードハウスさんは、記述的なアイデアを出してるだけなので、厳密にササクラ先生はモデルでやられてるっていうのが、そういうお話があります。外生変数ですね。

今までの話をまとめますと、ローレンツ方程式やレスラー方程式っていうのは、3次元カオスで有名な話です。3次元でカオスが出るっていうのは有名な話です。ここに書いてある二つ目のことなんですけども、自励系のオートノーマスな微分方程式では、3次元以上でないとカオスは出て

こないっていう、これある種有名な話で、2変数だとカオスは出てきません。平面だと、微分方程式だとカオスは出てきませんっていうのは、せいぜいリミットサイクルですっていうのは、単純に軌道が交わらないっていうことを考えると、よく分かる。単純に理解できる話なんですけれども、3次元以上じゃないとカオスは出てこないっていうお話なんです。だけど、先ほど言ったこの上田論文ですね。上田論文は、これ2変数なんですけどカオスが出てくるっていうのは、自励系ではない、 $Bcost$ という外生項があるので、非自励系、ノンオートノマスっていうことで、2変数でもカオスが出てくるっていうモデルになっています。

この辺から経済学のモデルに入っていくんですけども、カルドアモデルなんですけれども、これ閉鎖モデルです。カオスは発生しません。リミットサイクルが発生するっていうモデルでございませう。今回、私は数値計算でいろいろやったんですけども、消費関数、 $0.8Y$ で、この投資関数もS字型になるように置いてあります。S字型投資関数です。普通にそれをシミュレーションしてやると、こういうふうになります。YとKでリミットサイクルが出てきます。

ここから私の独自なお話になるんですけども、横軸、時間、縦軸、GDPですね。規則的な景気循環が起っています。右のほうは、何か外生的なショックですね。外生的なショックをコサインで与えてやる。すごくちっちゃい、オレンジで見にくいかもしれませんが、すごくちっちゃい振動を与えてやりますっていうモデルを組み立てました。もうちょっと経済的に言うと、財市場の超過需要はCプラスIプラスNX。これもう学部のマクロですってお話ですね。純輸出、貿易収支、経常収支とか呼んだりしますが、NXですね。ここで円高になると輸出は減少したり、輸入は増大する、貿易収支は減少するとかっていうお話があるんですけども、ここで貿易収支関数をどういうふうに特定化するかっていうと、こういうふうに特定化してやります。

マイナスMっていうのは、国内の景気がよくなれば、純輸出にマイナスの影響があるっていうことですね。あと、ここに外生の値を入れてあり

ます。例えば今でも為替が変動します。現実のデータはコサインで変動してるわけではなく、複雑に変動してるんですけども、ここでは単純化のためにコサインで変動してるっていうことを考えています。これすごく単純化のお話になります。数値例で、例えばここ、こういうふうにはコサイン $0.93T$ で、コサインの前にかかるのは 0.058 っていう、すごくちっちゃい振動を考えています。振動を考えてやると、カルドア型のリミットサイクルが、こういうふうにはカオス的な運動になります。

ちょっと右の図は時系列で、GDPの時系列の変動なんですけれども、カオスの特徴として、初期値に関する鋭敏性っていうのがあるんですけど、初期値に関する鋭敏性も、これちょっと見て取れます。あともうちょっと数値を変えてやって、 $2.37T$ 、コサインの中 2.73 、あと 0.05 っていう、またこれもちっちゃい値を入れてやるんですけど、そうすると、こういうサイクルが出てくる。これはちょっとカオス、すごく複雑に見えるんですけども、どうもカオスではないみたいです。カオスではないんですけども、複雑な、Complicated Torus Attractorって私は勝手に言ってるんですけども、そういうアトラクターが出てくるっていうことです。

まとめますと、学部の小国モデルの設定で、国際経済をモデル化しました。非自励系で、2変数の微分方程式です。ローレンツさんがやった3国で6次元よりは次元を低くして、モデルを組み立てたっていうことです。そういうモデルでもカオスは出てくるということです。為替レートの変動による純輸出の変動が小さなものであっても、国内GDPの変動を複雑化させるということがあるということです。このような景気変動の複雑化を抑制させるためには、財政政策であったり、金融政策もあれば、こういう複雑化を抑制できると考えています。そこまですぐモデル化してませんけれども、取りあえずここまですぐ中間発表ということになります。以上でございます。

(了)