

推測的変動についての理論的展望

竹 中 康 治

I. はじめに

ある企業 i が生産量 x_i (あるいは価格 P_i) を変化させようとしているとする。このとき i はライバル j がどのように反応するかを予想するだろう。このライバルの反応についての予想を示すのが**推測的変動** (conjectural variations) である。いま同質財複占市場で、一定の限界費用と線形の需要曲線を仮定する。企業の決定変数を生産量とする数量競争を考える。 P で価格を、 x_i で企業 i の生産・供給量を、 c_i で i の限界費用を、 B で線形需要曲線の傾きを表せば、企業 i の利潤最大化条件 (あるいは供給条件) は、

$$P = c_i + B(1 + k_i)x_i, \quad (1)$$

となる。

ここで k_i は、 $k_i \equiv \left(\frac{dx_j}{dx_i}\right)^e$ で、添字 e は $\frac{dx_j}{dx_i}$ の大きさが企業 i の推測 (予想) であることを示している。

これが推測的変動である。

推測的変動はライバルの生産・販売量 x_i についてだけではない。いま非同質財を仮定し、企業 i の価格 P_i で表わすと、価格についても推測的変動が成立する。すなわち価格 P_i の変化に対するライバル j の価格 P_j の反応予想を、価格についての推測的変動 $h_i \equiv \left(\frac{dP_j}{dP_i}\right)^e$ 、

推測的変動は自らの生産・販売量や価格といった決定変数の変更に対してライバルがいかに反応するかについての予想である。市場構造が同じであるとしても k_i の値によって価格-限界費用マージン ($P - c_i$) は異なってくる。同質財複占市場を仮定するクールノー・モデルでは $k_i = 0$ 、完全競争では $k_i = -1$ 、となる。共同利潤を最大にする完全共謀では複占市場では、 $k_i = 1$ 、である。

推測的変動には**静学的推測的変動**と**動学的推測的変動**の2つがある。前者は静学的モデルで現れ、後者は動学的モデルに現れる異時点間にわたる反応予想である。静学的推測的変動を離散型動学モデルの中で表わすと、同一期間内でのライバルの反応予想を意味することになる。

以下ではしばらく静学的推測的変動を議論する。その後動学的推測的変動を議論する。

静学的推測的変動の概念それ自体は20世紀初めに生まれたが、理論的な問題もあってそれほど注目されることがなかった。ところがIwata [1974] が日本の板ガラス産業の企業行動を実証してから行動指標として実証分野で頻繁に使われることになった。その後、新しい産業組織論 (NIO) の展開とゲーム理論の進展との中で、1980年代を中心に推測的変動が注目を浴びる。しかしDockner [1992] が推測的変動と動学均衡との対応関係を明らかにして以降、推測的変動への理論的な関心は急速にその勢いを失っていく。その一方で、企業行動を表す実証分野のツールとして、推測的変動は産業組織論のみならず、マーケティングや国際貿易論、さらには農業経済論にも浸透していく。

前述したように、静学的推測的変動はある企業が生産量や価格を変化させるときに予想されるライバ

ルの反応を指す。これは一見すると至極当然なことのように思われるかもしれないが、よく考えると根本的な疑問がわいてくることも事実である。まずはそうした疑問から静学的推測的変動の議論を始めることにする。

いま根本的な疑問と言ったのは次のような問題である。すなわちライバルの水準ではなく、その反応を予想しなければならないとはどのような状況であろうか。いま複占市場を考えよう。初めに両企業ともに均衡にあり、何らかの理由で企業1が均衡から離れたとする。このとき企業1がライバルに抱く予想、すなわち、企業1の静学的推測的変動は企業が1が均衡から離れた理由によって変わってこよう。均衡から離れた理由は2つ考えられる。1つは企業1の「単純なミス」であり、第2は需要曲線や費用の変化である。

前者について考えよう。企業1は自らの単純なミスについてすぐに気がつき、すぐに均衡に回帰するはずである。したがってライバルの企業2もそのことを予想し、企業1の行動変化に対して何の反応もしないし、企業1は当然そのことを予想する。次に第2のケースを考えよう。ここでは企業1の需要曲線が変化したとしよう。このケースはさらに2つの場合にわかれる。企業2が企業1の需要曲線の変化を知っているケースと知らないケースである。ここで「知っている」とは、需要曲線が変化したことだけでなく、変化後の需要曲線についても知っていることを意味する。

もし企業2が「知っている」とし、そのことを企業1も知っているならば、企業1はなにもライバルの反応を予想する必要はない。新しいナッシュ均衡に移動するだけでよい。もし企業2が「知らない」場合には、そしてそのことを企業1が知っているとするれば、そのときには企業1は企業2の反応を予想しなければならない。同じことが企業2についても言えるならば、企業1も2も互いにライバルの反応を予想しなければならないことになる。このとき市場は同質財市場ではあり得ない。同質財市場ではライバルの企業2も同じ様にその需要曲線が変化するからである。同質財市場では自分が直面する需要曲線とライバルが直面する需要曲線は等しい。かくして静学的推測的変動は企業が互いにライバルの需要曲線や費用について無知であるような場合に必要となることがわかる。いわば静学的推測的変動はクールノーが示したような均衡に至る調整過程を表わす。

本稿では推測的変動について理論的観点からその意味を文献調査から明らかにすることを目的としている。以下、Ⅱでは静学的推測的変動についての批判を展望する。Ⅲでは、静学的推測的変動が理論として成り立つ場合を考える。具体的には、一致推測的変動の優れた特徴を描写する。ここで「一致」はconsistentの訳語である。Ⅳは動学的モデルの中で静学的推測的変動を解釈する。最後にⅤで結論に代えて、静学モデルの問題を示すシミュレーション結果を置く。

Ⅱ. 静学的推測的変動が意味するもの

従来から静学的推測的変動について次のような問題が指摘されてきた。

[1] 静学的推測的変動というライバルの反応についての予想がなぜ必要なのか。もし、どの企業もライバルの反応曲線を知っており、ライバルもまた私の反応曲線を知っており、さらにライバルは私がライバルの反応曲線を知っているということを知っており、・・・、という情報が完備な世界であれば、静学的推測的変動は必要ない。

確実にナッシュ均衡が予想されるので、どの企業も最初からナッシュ均衡を目指させばよく、静学的推測的変動調整過程など必要ない。第一にゲーム理論から言えば、1回限りの同時手番ゲームである。

交代で何度も生産量を選択できるゲームではない。

したがって何らかの調整過程が必要だとすれば、どの企業もライバルの反応曲線について無知な、そしてどの企業もライバルが無知であることを知っている不完備情報の世界でなければならない。

〔2〕もし静学的推測的変動のような何らかの調整過程が成立するとして、静学的推測的変動というライバルの反応についての予想はどのように決定されるのか。例えばクールノー行動では企業はライバルが反応しないと予想するわけだが、その予想は常に裏切られる。このようにいつも同じ予想をたて、裏切られ続けるような状況、あるいは背景とは何かを、寡占理論として明らかにする必要がある。

〔3〕もしどの企業もライバルの需要曲線や費用について無知であるとする不完備情報を仮定するならば、調整過程はどの企業もライバルを「騙し」、そして「ミスリード」する可能性を考慮しなければならない。そしてまた、その「騙し」は当然ライバルによって予想され、そのライバルの予想をまた考慮し、ライバルはまたそれを・・・、といった「騙し」についての無限の思考の連鎖が解かれなければならない。

前述したように静学的推測的変動は不完備情報のもとでの均衡に至る調整過程と解釈するが、上の〔1〕はそのことを言っている。また〔3〕は情報が不完備時に固有な問題の存在を指摘している。上であげた問題の〔2〕はライバルの反応について予想が恣意的であることを指している。生産量を決定変数とする場合、同質財複占市場では推測的変動は -1 から 1 までの範囲でどんな値も取り得る。利潤最大化条件（1）から容易にわかるように、反応曲線には推測的変動が含まれるから、反応曲線の交点で示される均衡は推測的変動の大きさに依存することになる。恣意的であるから、仮定で設定された推測的変動の値の数だけ少なくとも均衡が成立する。後述するように、 $(dx_2/dx_1)^e = (dx_1/dx_2)^e = 0$ 、と仮定するクールノー・モデルの方が他の恣意的な仮定よりまだ少しだけ良いようにみえる。推測的変動が内生的に決定されるメカニズムを伴わない限り、推測的変動モデルは寡占的理論とはなりえない。

推測的変動については従来から多くの論者が批判してきた。上であげた〔1〕から〔3〕はその代表的なものである。しかし理論的な側面とは別に実証分野では企業行動を表わす便利なツールとして使われていることも事実である。したがって実証の研究者は理論研究とは別の評価を下している。例えばBresnahan [1989]によれば、推測的変動をとまなう静学的利潤最大化条件式は多くの寡占モデルの要約としてみる。したがって、その主な長所は寡占行動を明らかにする実証的ツールとして一般的なフレームワークとなり得る。すなわち同質財複占市場を取り上げれば、推測的変動が -1 ならば完全競争、ゼロならばクールノー競争、 1 ならば完全協調を示す。推測的変動は単にこれら3種類の寡占行動パターンを識別するツールにすぎない。

推測的変動モデルが実証分析で人気があるのは、（1）式からあきらかなように、実証データから市場支配力の程度を推論しえるからである。Martin [1993]は、推測的変動をとまなうモデルは実証研究の特定化を果たす上で有用だとしている（p3）。Kadiyali et al. [2001]は推測的変動分析に関する理論的及び実証的文献から、推定された推測的変動を解釈する代わりに、企業行動がベルトランや共謀のような標準的な寡占行動と異なる径路を表し得るものとして推測的変動を考えるべきとする。しかし同時に推測的変動アプローチの有効性を確認するにはさらに多くの研究が必要である、とも結論する。

他方Shaffer [1994]によれば、推測的変動モデルにおけるパフォーマンスの評価はそれほど満足のいくものではない。多くの実証分析で、クールノーやベルトラン（完全競争）、さらには完全協調の3つのパターンに合わない推測的変動の推定が得られているのはどのように考えたらよいのだろうか。推

測的変動は先の3つの寡占理論以外に何らかの理論的実態を有する概念でありえるのだろうか。

Bresnahan [1981, 82, 83] のような一致 (consistent な) 推測的変動を仮定すれば、均衡の近傍では、ある企業が予想するライバルの反応は現実の反応に一致し、 $(dx_2/dx_1)^e = dx_2/dx_1$, $(dx_1/dx_2)^e = dx_1/dx_2$, となる。ここで consistent に対して「一致」という訳語を当てたのは予想と現実の一致を意味する。複占市場を仮定すれば、 dx_2/dx_1 と dx_1/dx_2 はそれぞれ企業2と1の反応曲線の傾きであり、各企業が想定する推測的変動はライバルの反応曲線の傾きに等しくならなければならない¹⁾。このことは、どの企業もライバルの反応曲線の傾きを知っていることを意味する。ただしこのライバルの傾きを知っていることは必ずしも完備情報を意味するものではない。

Lindh [1992] によれば、反応曲線が未知であるにもかかわらず、反応 (傾き) のみ正しく予想する理由は、均衡の外ではすぐにライバルの反応についての予想が間違っていることに気づくはずである、ということにある。Lindh [1992] は、ライバルの反応関数が既知の場合、均衡ではどの企業もその決定を変化させようとならないから、ライバルの生産量のどんな変化にも反応しないことが最適反応となる、とする。どの企業も互いの反応関数が既知であるので、均衡から少し外れてライバルが反応をテストしようとしても、テストに反応する理由がない。このように考えていくと、既知の反応関数は、反応関数が定数となる (反応曲線は垂直ないしは水平) 場合にのみ正しいことになる。もし企業が均衡の外に移動すれば、企業は互いの最適生産量を知っているから、直ちに均衡に復帰する。かくして、反応関数を正当化させるのに共通して使われる収束調整プロセスは存在しないし、なんらの安定性問題も存在しないことになる。

需要曲線と限界費用曲線が線形の場合には、生産量競争で意味のある (価格が限界費用以上となる) 一致推測的変動は負であり、クールノー均衡よりも競争的となる。クールノー均衡は局所的 (local: 均衡の近傍) という意味でも、各点一致 (pointwise: 均衡点でのみ)²⁾ という意味でも、予想と現実は一貫しない³⁾。予想と現実の一致は推測的変動の内生化という意味で非常に有益である。さらに、局所的な一致推測的変動は均衡の数を制限するという便利さも持つ。

ただし当初は無知であったとしても、企業がどのようにライバルの反応曲線の傾きを正しく知るようになるのか、という問題も重要である。Itaya and Dasgupta [1995], Figuières, Jean-Marie, Quérou and Tidball [2004] は推測的変動の修正過程や学習過程についてのモデルを提示する。Itaya and

1) 需要曲線と限界費用曲線が線形であるとき、一定の一致推測的変動は2つ存在するが、そのうち1つは負の価格をもたらす、現実的に意味を持たない。Bresnahan [1981] は、線形の需要・費用構造のもとで局所的に一致する一定の推測的変動が存在し、かなり幅広い推測的変動関数のクラスの中で一意であることを示す。ただし、Laitner [1980] は「局所的に一致」と同じような概念 (合理的 (rational)) を使うが、一般的な形の需要関数や費用関数、さらには固定的ではない一般的な推測的変動のもとで、合理的な均衡は多数存在する。

2) 各点一致 (pointwise consistent) とは、 $(dx_j/dx_i)^e = dx_j/dx_i$ が均衡においてのみ成立すると定義される。

3) ただし、Lindh [1992] はクールノーの推測は一致であると主張する。なぜなら、ライバルの生産量をそれぞれ自身の生産量の関数としてみることによって、推測される利潤関数はそれぞれ自身の決定にのみ依存する。この独立性は推測された自社の最適生産量が定数で、ライバルの生産量によって変化しないことを意味する。かくして、クールノーの推測は一致となる。

また、Daughety [1985] は、一致推測的変動均衡ではより高い利潤を保証することができるようなアクションが存在するとしている。これをみるために、もし線形の需要曲線と限界費用が一定の対称的企業からなる同質財複占市場を考えると、どちらかの企業が一致推測的変動均衡から離れてクールノー行動をとるならば、シュタツケルベルグ均衡が成立することになる。シュタツケルベルグ均衡では、両企業ともに一致推測的変動均衡よりも高い利潤が保証される。Daughety はこうしてシュタツケルベルグ・フォロワーを選ぶのが個別的には合理的であるので、一致推測的変動均衡は均衡結果とはならない、と論じる。

Dasgupta [1995] は前期に観察された予想（推測）を反映した最的反応（best response）と現実の最的反応（best response）との差を各期に少しずつ埋めていくプロセスを仮定し、一致推測的変動均衡に到達することを示す。Figuières, Jean-Marie, Quérou and Tidball [2004] は、今期の戦略変更がライバルの前期の戦略変更によって誘導される動学的寡占モデルを提示する。ただし、ライバルに影響される大きさは静学的モデルにおける推測的変動に対応するが、それは修正過程を持つ。

また Dixon and Somma [2003] は推測的変動の進化ゲーム論的アプローチという一種の動学的フレームワークを使って最終的に推測的変動が一意的に予想と現実が一致する水準に収束していくことを示す。一致推測的変動は負になること、すなわちクールノー均衡よりの競争的になることに注目したい。ただし本稿では、この問題のこれ以上の議論は避ける。

何度も繰り返すように、推測的変動は不完備情報下でのみ意味を持つ。いま非同質財市場を考え、どの企業もライバルの需要曲線の定数項について無知であるが、ライバルの反応曲線の傾きは既知であるとする。

この場合、静学的な寡占モデルとしてはライバルの需要曲線の定数項に一定の確率分布を割り当て、企業が期待利潤（危険中立的であれば）、あるいは期待効用（危険回避的であれば）が最大となるように行動する、というのが考えられる。しかし価格や生産量を試行錯誤的に何度も変えられるとすれば、どうだろうか。

いま割引率を無視して、1年間の期間のみを近視眼的に考える。この1年間は何の企業が直面する需要曲線も変化せず、そのことをどの企業も知っているとする。ただ期間の初めにはどの企業もライバルの需要曲線の位置（すなわち定数項）については無知である。また価格や生産量は毎日変更できるとする。均衡の安定条件が満たされる限り、価格や生産量の変更を通して、やがて反応曲線の交点に収束するはずである。ここで価格や生産量の調整が素早く終了し、期間の初期の段階ですでに交点に到達するとみなせば、推測的変動均衡はこの交点をもってこの1年間の均衡とみなすことができる⁴⁾。

かくして均衡への早期の収束を仮定し、予想と現実の一致を考えれば、不完備情報下の静学モデル均衡は一致推測的変動となる。

Ⅲ. 一致推測的変動

Takenaka and Kobayashi [2016] は複占市場を前提に一致推測的変動均衡の優れた特徴を見出す。第1に、寡占企業が生産量を選択する数量モデルの一致推測的変動均衡は価格を選択する価格モデルの一致推測的変動均衡に等しくなるということである。ただし数量競争モデルと価格競争モデルでそれぞれの一致推測的変動均衡が一致するという発見は既に対称企業のケースについて Kamien and Schwartz [1983]（一定の限界費用を仮定）が報告している。しかし Takenaka and Kobayashi [2016] では非対称企業と線形の限界費用曲線のケースにまで議論を拡大する。こうした非対称的企業への議論の拡大は単に理論的に興味深いというだけではない。それ以外にこの結論は次のような意義を持つ。

すなわち、現実の問題に対応して理論モデルや実証モデルを構築する際、一致推測的変動均衡を使う限り数量モデルか価格モデルかといった寡占モデルの選択問題に悩む必要はない、ということである。

⁴⁾ Laitner [1980] は推測的変動均衡に到達するまで、企業が繰り返し生産量計画を修正し、それをアナウンスしていく、と仮定する。

この結論は同質財市場であろうが、製品差別化市場であろうがともに成立する。したがって、いまや研究者は寡占モデルを選ぶとき、不完備情報と非同質財を前提とする限り、数量モデルを使うか、価格モデルを使うかに悩む必要はない。さらに言えば、一致推測的変動均衡はクールノー的均衡とベルトラン的均衡の中間に位置する（クールノー「的」とベルトラン「的」と、「的」をつけたのは非同質財市場を仮定しているからである）。

第2にライバルの需要に無知な不完備情報下では、どの企業も自らの生産量や価格を真の需要の下でよりも過大、あるいは過小に設定するかもしれない。そうすることによってライバルの生産量や価格を過大に、あるいは過小にミスリードできるからである。ところが一致推測的変動均衡では、どの企業も生産量や価格を過大、ないしは過小に設定するインセンティブは存在しない。一致推測的変動均衡では自らの需要に忠実に行動するのが最も合理的である。むしろクールノー的均衡で需要を過大、ないしは過小に偽るインセンティブが存在する。

一致推測的変動についての第2の点の意義は、推測的変動が一致推測的変動という形で不完備情報下の調整過程を表わすという主張に理論的な裏付けを与える点にある。もし一致推測点変動均衡で不完備情報ゆえの「ミスリード」が起きるならば、推測的変動が均衡に至る試行錯誤的な調整過程を表わすといっても何の意味もない。調整過程はあくまで一致推測的変動均衡を導くものでなければならない。

ただし、一致推測的変動は不完備情報下での調整過程を表わすが、それはあくまで近似的に表現しているにすぎない。なぜなら後述するように第1に静学的推測的変動が表わしているものはライバルの最初の反応のみである。続いて最初に動いた企業がさらに反応し、その後またライバルが反応し、といった連鎖反応を意味しているわけではない。第2に静学的推測的変動は暗黙的に動学的背景を持つといってもあくまで静学モデルから導かれており、その意味では一致推測的変動は動学的過程を正確に反映したものではない。

しかし Kalai and Stanford [1984] は、一定で非ゼロの推測的変動戦略はサブゲーム・パーフェクトではないにせよ (proposition 2) が、限定的合理性のもとでのルール単純性や定常状態への収束の素早さという点ですぐれていると議論する。この見解は前章の終わりで述べた一致推測的変動均衡を不完備情報下の均衡とするという議論に理論的な裏付けを与える。期首にはライバルの反応曲線の位置が未知であっても、す早く均衡に収束するならば、期間の大半は推測的変動均衡が成立していることになるからである。

しかし一致推測的変動は理論モデルでも実証研究でも多くの文献で使われているとは言い難い。またいくつかの実証研究では推定された推測的変動についての仮説検定で、クールノー行動という帰無仮説が棄却されないし、もっと明示的に「一致」という帰無仮説が統計的に棄却される研究もある⁵⁾。例えば、Liang [1989] は朝食用シリアル産業を対象に、価格を決定変数としてその推測的変動均衡を推定し、その一意性と「一致」帰無仮説が同時に検定され、棄却されている。しかし、推定された価格の推測的変動がゼロではないことから、企業はライバルの反応を認識していると結論する。Liang はその理由が推測的変動の関数型にあることを示唆している。この点は、Haskiel and Martin [1994] や Slade [1992] と同様である。

Haskiel and Martin [1994] は利潤と供給能力制約との間の関係を検証し、それを通して決定変数が

⁵⁾ 他に実証分析で推測的変動の「一致」帰無仮説を検定しているのは、Kinoshita, Suzuki and Kaiser [2002] がある。Kinoshita, Suzuki and Kaiser も Liang [1989] と同様に、価格を決定変数とするが、「一致」仮説は棄却される。

数量なのか、あるいは価格なのかを実証する。すなわち、同質財産業内では、能力に制約されている企業はよりクールノー的に行動し、ベルトラン行動のもとでよりも高い利潤を得る。Haskiel and Martin は英国の 1980 年代の 81 産業からなるパネルデータを使う。推定結果として、推測的変動と限界費用との線形関係が見出された（自乗項は有意ではない）。これは推測的変動が「一致」であることを意味している。

Slade [1992] で、バンクーバーのガソリン市場の価格戦争中の需要と供給の動学モデルを推定する。推定のさい、価格の上昇と下落ではライバルの反応が異なることと反応の非線形性（反応が価格水準に依存する）が考慮される。その結果、反応パラメータが時間を通じて一定でないことを発見する。

こうした実証結果から、問題は「一致」にあるのではなく、推測的変動が一定ではなく、何らかの関数型となる可能性を示唆している。さらに、一致推測的変動の計算は本章のように複占市場ならば容易であるが、企業数が増えると厄介となる。

最後に、一致推測的変動は進化論ゲームによって選ばれる可能性があることを示しておきたい。前述したように、Dixon and Somma [2003] は複占をプレーする多くのペアからなる経済を考え、進化ゲーム論的アプローチから推測的変動が ESS（進化論的安定戦略：evolutionary stable strategy）に収束することを示す。最終的な推測的変動は一意的に「一致」水準に収束していく。進化の時間系列を通して「支配されない戦略（推測）」は負になること、すなわちクールノー均衡よりも競争的になることを示した。しかし、Müller and Norman [2006] はこの発見が「無限人口（infinite population）」の仮定に依存していることと、「有限人口（finite population）」、それに ESS によって、長期に生き残る推測は「一致」ではないことを示す。

IV. 静学的推測的変動の動学的解釈

本章では動学均衡と静学的推測的変動との関係を文献からサーベイする。前章から、寡占モデルに一致推測的変動を使う十分な理由を見出す。一致推測的変動の存在理由は、（1）製品差別化のもとで個別需要を左右するそれぞれの企業に固有で独立した確率要因、あるいは、各企業に独立した確率的に変動する限界費用、それに加えて、いずれの場合も（2）どの企業もライバルの確率的変動要因の実現値に無知という状況である。

非ゼロの推測的変動には自分の最初の選択の変更に対するライバルの最初の反応しか表わされていない。例えば 2 人プレイヤーの手番ゲームを仮定すると、プレイヤー 1 が選択を変え、①プレイヤー 2 が反応し、②さらに 1 が 2 の最初の反応に反応し、③ 2 が 1 の反応に再反応し、④・・・、⑤・・・、……。こうした無限の連鎖がそもそもクールノーが想定した均衡への調整過程である。しかし、プレイヤー 1 の非ゼロの推測的変動は上で示した交代選択の①を表しているに過ぎない。プレイヤー 2 の非ゼロの推測的変動は②を表わすのみである。推測的変動の論理的曖昧さの原因はここにもある。

基本的に静学的推測的変動はこうした動学的背景を持ちながらも、あくまで静学的概念である。推測的変動の問題は、静学的概念で動学的過程を解釈させようとすることである。クールノーの仮定、すなわち、 $(dx_2/dx_1)^{\circ} = (dx_1/dx_2)^{\circ} = 0$ 、は反応のこうした無限の連鎖について整合的である。ライバルは反応しないと推測するのであるからである。この点でクールノーの仮定は非ゼロの推測的変動よりも論理的に優れている。ただし均衡の近傍では推測的変動の概念は均衡への調整過程、あるいは収束過程を近似的に表現できる。上の①と②だけで均衡に十分接近できるからだ。

それでは推測的変動の理論的に可能な解釈は一致推測的変動以外にないのであろうか。もう一つの可能性が何らかの動学過程を反映したものであるという解釈である。一致推測的変動も調整過程を意味しているから静学的な装いをまといつつも動学的な背景を持つ。

しかしここでいう動学的解釈は明示的な動学モデルに基づいて導かれるものである。理論的な観点から整理すれば、動学的な寡占モデルには2つのアプローチがある。一つは繰り返しゲーム(あるいはフォーク定理)にもとづく協調均衡であり、もう一つは状態・空間 (state-space) モデルの均衡である。後者にはオープン・ループ均衡とクローズド・ループ均衡、あるいはフィードバック均衡がある。後者の2つの均衡をまとめてマルコフ完全均衡 (MPE) と呼んでもよい。一般にオープン・ループ均衡は対応する静学的モデルの均衡に一致する。

離散型の動学モデルでフィードバック戦略を考える。離散型であるためにライバルの同時点間の反応を表す推測的変動と来期以降の反応を表す異時点間の推測的反応が必要となる。後者を**動学的推測的変動**⁶⁾と呼ぶ。あるいは Dockner [1992] のように連続型の動学モデルでフィードバック戦略を考え、対応する静学モデルの推測的変動部分に相応させ、これを**動学的推測的変動**と呼ぶこともある。

実証研究では一般に需要曲線と推測的変動をともなう静学的な供給条件式(静学的利潤最大化条件)は同時に推定される。そこでは推測的変動は市場行動を表わすパラメータとして解釈されるのが普通である。動学的パターンは繰り返しのワンショット・ゲームによって近似されるという議論がある。この議論にしたがえば静学モデルを使った推定も何らかの動学的パターンを反映しているはずである。実際こうした観点から、Brander and Zhang [1993] は市場行動の尺度として推測的変動は有効だと議論する。この見解はこのアプローチを使うすべての研究に共通している。パラメータは価格と限界費用との間のギャップの尺度、すなわち独占力の指標として理解される。

しかし静学モデルを使った実証文献のほとんどはワンショット・ゲームの均衡を棄却することから、Slade [1995a] はワンショット・ゲームのナッシュ均衡は現実世界への合理的な近似とならないと結論する⁷⁾。さらに、Slade [1995b] は動学的に考察するとき、静学的なフレームワークで共謀均衡として判断されるものは動学的な非協力ゲームの結果であることを発見する⁸⁾。

一般的に動学均衡は対応する静学的モデルの均衡(あるいはワンショット・ゲームの均衡)に比べてより競争的である。例えば、Fershtman and Kamien [1987], Reynolds [1987], Maskin and Tirole [1987], Driskill and McCafferty [1989], がそうである。

6) 動学的推測的変動 (dynamic conjectural variations) は Riordan [1985] によって導入された。Riordan [1985] は、企業は生産量や市場価格についての過去の観察にもとづいて市場需要を推論するという情報が不完備な市場需要を仮定する。フィードバック均衡(ライバルの過去の行動に依存する戦略からなる)から生じる企業行動の異時点間のリンクである。

また微分ゲームを使った連続的モデルの解で、Dockner [1992] は動学モデルの定常均衡 (steady state equilibrium) に対応する各企業の戦略間の相互依存性を表す項、すなわち推測的変動を、動学的推測 (dynamic conjectures) と呼んでいる (p385)。

7) Slade [1995a] は状態・空間 (state-space) ゲームに基づく実証研究をサーベイする。同質財産業(生産とcapacityの選択を行う)や製品差別化市場(価格と宣伝広告の選択を行う)についての状態・空間 (state-space) ゲームによる実証文献をサーベイし、価格は静学的非協力モデルよりも高くなる傾向にあるが、非価格競争項目(宣伝広告とcapacity)は過大投資が一般的であることを示している。結果として、物理的資本及びのれん (goodwill) 資本のストックを条件付きとして、暗黙の共謀の傾向にあることを見出す。

8) Slade [1995b] は、価格と宣伝広告を決める状態・空間 (state-space) モデルで導出される MPE に基づいて実証研究を行う。分析対象は塩振りクラッカーである。定常状態均衡での価格はワンショット・ゲームのベルトラン価格よりも高いことが見い出され、Slade はこれを暗黙の共謀の証拠とする。

静学的な推測的変動分析を批判し、動学化の必要性を強調するのは Friedman [1983] である。特に、推測的変動を使った静学的モデルでは動学的解釈が不可能だと指摘する [1983, p110]。すなわち、推測的変動モデルは静学的であるが、自身の選択に対するライバルの反応についての企業の信念 (belief) を表すことは動学的な設定を必要とすると主張する。

また Karp and Perloff [1989] もフィードバック・ゲームを伴う状況での静学的分析の不適切性を指摘する。また次節のシミュレーションが示すように、実証の際に静学モデルで推定するとき、推測的変動は過大に評価されるかもしれない。推測的変動について批判と支持の間にある議論として Brander and Spencer [1985] や Dixit [1988] は、推測的変動は単純に市場行動についての要約に過ぎない、としている。

しかし Dockner [1992] は Drilskil and McCafferty [1989] に非常に似た状態・空間 (state-space) モデルを使って⁹⁾、定常的動学均衡と対応する静学的モデル均衡との対応を明らかにする。そのなかで、静学モデルで現れる推測的変動が動学モデルのクローズド・ループ定常均衡を表現していることを示した。特に線形需要と限界費用、2次の調整費用のもとでは、クローズド・ループ定常均衡は一定で負の推測的変動をとともなう静学的モデルが対応する。

これ以降、実証研究者は安心して静学モデルを使うことになる。なぜなら、推測的変動は動学均衡経路 (定常状態) を反映しているのだから、わざわざ動学モデルを使う煩雑さを避けることができるからである。ただし、Dockner [1992] の推測的変動と動学均衡の対応の議論は負の推測に限定されており、正の推測が対応する動学ゲームに関連付けられるとは証明されていない。

Kobayashi and Takenaka [2016] は2つの側面から Dockner [1992] を拡張し、動学的モデルにおける静学的推測的変動に対応する部分 (Dockner [1992] が動学的推測的変動と呼ぶもの) を明らかにする。第1に非同質市場に、第2に価格を選択変数とする価格競争モデルにそれぞれ拡張を試みる。ここでは表現は少し複雑となるが対応する静学的モデルから、静学的推測的変動がやはり動学的過程を反映していることがわかる。

正の推測的変動について言えば、Cabral [1995] で、推測的変動モデルが1期間のペナルティー段階を持つクールノー・スーパーゲームの誘導型として解釈する。すなわち、共謀均衡が厳密に正の推測的変動をもつ推測的変動均衡と同義であることが示される。

Lapham and Ware [1994] も数量調整費用モデルを使った動学均衡 (MPE: マルコフ完全均衡) と静学的推測的変動との対応を示す。寡占モデルは製品差別化された価格競争モデルである。ここでは定常状態 (steady state) MPE は繰返しゲームの均衡と異なることを示している。例えば調整費用がゼロに接近すると、このゲームの MPE はワンショット・クールノー均衡から上方に離れていく。調整費用が大きくなるにつれて、均衡はワンショット・クールノー均衡に向かって収束していく。ワンショット・クールノー均衡は比較的大きな調整費用で漸近的に達成される。しかし、調整費用のすべての値について、MPE 数量はワンショット・クールノー値を超えている。こうして定常的 MPE と静学的推測的

⁹⁾ Drilskil and McCafferty [1989] を簡単に振り返れば、同質財の複占市場で、生産の調整費用をとともなう動学モデルを微分ゲームのフレームワークで提示する。モデルの状態変数は生産量で、コントロール変数は生産量の変化率である。生産の調整費用は生産量の変化率に関係する。定常均衡としてオープン・ループ均衡とサブ・ゲーム完全均衡のクローズド・ループ均衡がある。前者は静学的な複占市場のクールノー均衡に一致する。後者の定常均衡は線形の需要と限界費用、2次の調整費用のもとで、クールノー均衡と完全競争均衡の間に位置することを示した。ただし彼らは推測的変動についてはまったく触れていない。

変動ゲームの均衡との関連性が示めされる。この結果によって、実証研究での推測的変動を使う理論的根拠が与えられる。

Friedman and Mezzetti [2002] は繰り返しゲームのフレームワークで、自らの今期の戦略変更はライバルの来期の戦略変更を招くと推論するが、そのライバルへの影響は静学的モデルの推測的変動のような係数によって表される。結果として、プレイヤーの行動はフィードバック型となり、もし均衡が存在するならば、その均衡はライバルの戦略への影響を推測する係数を推測的変動とする静学的均衡に収束していく¹³⁾。

前述したように Kalai and Stanford [1984] は繰り返しゲームで、Dockner [1992] と同様に推測を異時点間の反応関数の傾きに関係付ける。Kalai and Stanford [1984] や Dockner [1992] は一定の推測がしばしば適切であることを示す。Worthington [1990] は寡占企業の投資行動を分析するが、行動様式はフィードバック戦略を仮定し、今期の投資は自社とライバルの資本ストックに依存する。このとき、ライバルのストックにかかる係数が推測的変動に対応する。定常状態 (steady state) では、フィードバック均衡よりも、オープン・ループ均衡の方が産出は小さく、価格と利潤はより高くなる。両ケースともに価格と利潤は完全競争レベルを超え、共謀レベルを下回る。したがって、静学モデルの非ゼロの推測的変動は対応する動学モデルの定常的なクローズド均衡、あるいはフィードバック均衡を反映すると言える¹⁰⁾。

しかしだからと言って、実証分析で寡占市場の動学的特徴を静学的な推測的変動で表せばよい、というわけにはいかない。なぜなら第1に、現実には決して定常均衡経路にあるわけではないからである。現実の経済は動学モデルが示す定常均衡経路の周りを確率的に変動する。さらにときおり需要曲線や費用曲線の構造が変化 (パラメータの変化) するが、その度に現実には新たな定常均衡経路から大きく外れ、新しい定常均衡に向かって動いていく。その場合は特に静学的な推測的変動の推定が動学的定常均衡を表しているとはとても考えられない。たとえ現実が常に定常均衡経路の周辺を確率的に変動していても、静学的な推定は動学的な定常均衡を反映しない。

第2に動学モデルの定常均衡が必ずしも長期均衡を表わすものではない。

V. 終わりに代えて：シミュレーション

ここでは 動学的に生成されたデータを静学モデルで推定する。その推定結果を真のパラメータの値と比較して、動学的な構造から生まれたデータを静学的モデルで推定することの問題を明らかにする。ほとんどすべての実証研究は推測的変動をもつ静学モデルを使うが¹¹⁾、これは Dockner [1992] が示

10) 動学的定常均衡と対応する静学的モデルによる推測的変動均衡との関係は、Figuères, Jean-Marie, Quérou, and Tidball [2004, Chap.2 and 3] でまとめられている。

11) 動学的モデルに基づいた実証研究として、①データの系列相関を制御するために何らかの時系列モデルを使うものと、②動学的な寡占理論モデルから導かれた推定式を使うものがある。②は本文で触れる Slade [1992, 1995b] 以外に、例えば Roberts and Samuelson [1988], Erickson [1997] がある。Roberts and Samuelson はアメリカの紙巻タバコ産業、Erickson はシリアル産業を分析対象としている。両者ともに決定変数は宣伝広告戦略であるが、前者は離散型モデルに基づき、後者は連続型モデルに基づく。両研究ともに、動学的推測的変動が使われる。理論モデルでも実証モデルでも動学的推測的変動の概念を使うことによって、動学的モデルをもとにフィードバック均衡を数学的に解くという複雑な作業を回避できるメリットがある。ただし、Erickson のように連続モデルでは何らかの仮定のもとでコステート変数を解かなければならない。

Pakes and McGuire [1994] はマルコフ・パーフェクト・ナッシュ均衡を使う。推定は計算上集約的なダイナミック・

した静学均衡と動学均衡の対応関係に理論的裏付けを求めるからである。すなわち Dockner [1992] は、動学モデルから得られるクローズド・ループ定常均衡は対応する静学モデルの負の推測的変動に反映されることを示した。

しかし現実の経済は日々不確実性にさらされており、定常均衡経路上にはない。せいぜい定常均衡の周囲を確率的に変動するのみである。このことは寡占企業がフィードバック・タイプの戦略を持つことを意味しており、Karp and Perloff [1989] が指摘するように、フィードバック戦略が必要な状況では静学的分析は不適切である。したがって、寡占行動は明示的に動学モデルによって描かれなければならない。

以下では簡単なモンテカルロ実験によって静学モデルを使う実証的推定の問題を明らかにしていきたい。同質財複占市場を考える。t 期の価格を P_t 、企業 i の t 期の生産量を x_{it} とする。需要曲線は線形を仮定し、 $P_t = A - B(x_{1t} + x_{2t})$ とする。企業 i の費用 C_i は線形の静学的費用 $c_i x_{it}$ と前期からの生産量変化 $(x_{it} - x_{it-1})$ にともなう 2 次の調整費用 $ca_i(x_{it} - x_{it-1})^2$ の合計からなる。割引要素を ρ ($0 < \rho < 1$) とすれば企業 i の長期利潤 Π_i は、

$$\Pi_i = \sum_{v \in [0, \infty)} \rho^{kt} \{P_t x_{it} - c_i x_{it} - ca_i(x_{it} - x_{it-1})^2\}.$$

これを用いて最大化し、整理すると、

$$P = (B + Bk_{i0})x_{it} + c_i + \sum_{v=t+1}^{\infty} \rho^{v-t} B E_t(x_{iv}) k_{i(v-t)} - 2\rho ca_i(E_t(x_{it+1}) - x_{it}) + 2ca_i(x_{it} - x_{it-1}) \quad (2)$$

ここで、 $k_{i0} \equiv \frac{dx_{it}}{dx_{it}}$ 、 $k_{iw} \equiv \frac{dx_{it+w}}{dx_{it}}$ 、で企業 i がその生産量を変化させたときの予想されるライバル j の反応（j の生産量の変化）を表す。前者は同じ期間内の予想反応であり、後者は異期間（t+w）の反応についての予想である。ここでは $v, s \geq 1$ について、 $k_{iv} = k_{is} \equiv k_{iw}$ と仮定する。 k_{iw} は「動学的推測的変動」と呼ばれている¹²⁾。 $E_t(x_{iv})$ は現在期間 (t) からみた v 期の企業 i の期待生産量である。本来は、 $E_t(x_{iv})$ は x_{it} を条件として計算される条件付き期待値である。しかし、簡単化のためにここでは無条件で計算される期待値 $E(x_i)$ （ここでは、すべての時点で同じ）に等しいと仮定する。無条件の期待値 $E(x_i)$ は (2) であらゆる $i = 1, 2, v = t + 1, t + 2, \dots$ について、 $x_{it} = E_t(x_{iv}) \equiv E_t(x_i)$ として計算される。すなわち、

$$E_t(x_i) = \frac{A - c_i - B E_t(x_j)}{G_i}, \quad i \neq j$$

$$G_i \equiv B + Bk_{i0} + \frac{\rho B k_{iw}}{1 - \rho} \quad (3)$$

これを $E_t(x_1)$ と $E_t(x_2)$ について解けば、 $E_t(x_1)$ と $E_t(x_2)$ とが得られる。

以下では、 $A = 100, B = 1$ 、あらゆる i について、 $c_i = 1, ca_i = 1, \rho = 0.9, k_{i0} = -0.2, k_{iw} = -0.1$ と仮定して x_{1t} と x_{2t} 、 P_t を生成する。シミュレーションを簡単に行うために、1 本の方程式で OLS 推定が可能になるよう各期の需要曲線にのみ攪乱項を加える。攪乱項は平均 = 0、標準偏差 = 5 の正規分布に従う。第 0 期の生産量はどの企業についても 0 とする。第 1 期から第 11 万 1000 期まで各機の需

プログラミングに基づく。

Considine [2001] は石油精製で生産される複数種類の生産物の在庫決定について、離散型のオイラー方程式を使う。しかし生産物の生産条件は静学的で、そこで使われる推測的変動もしたがって静学的である。

¹²⁾ 脚注 6 を参照。

要曲線の攪乱項となる乱数を生成し、各期の P_t を得る。 x_{it} は (1) に従って生成される。このシミュレーションでは、供給条件式、あるいは生産量には独自の攪乱項は伴わず、さらに同質財と対称企業の仮定から x_{1t} と x_{2t} は常に等しくなることに注意したい。最初の第 1000 期までの x_{1t} と x_{2t} 、 P_t のデータは捨てる。これは初期値の影響を消すためである。 x_{1t} と P_t について第 1001 期から 1000 期ずつ 110 セットのデータセットを得る。この 110 セットのデータに対して OLS を使って、次のモデルを推定する。

$$P_t = \text{const.} + (\text{coefficient})x_{1t} \quad (4)$$

実証モデルとしてこのモデルを選んだのは、これが通常の静学モデルの供給条件式に等しいからである。

110 回の *coefficient* の推定結果は、最小 3.90 から最大 4.13 で、平均 3.99、標準偏差 0.062 であった。データ生成で使ったパラメータから (2) に基づいて計算される x_1 の係数値は 4.6 である。平均 3.99、標準偏差 0.062 の正規分布で 4.6 以上の値が生じる確率はほぼゼロに等しい。したがって静学的モデルでは *coefficient* は過少に推定される結果となった。

通常の複占の静学モデルによる供給条件式では、(4) 式中の *coefficient* は $B(1 + k_{10})$ に等しい。したがって、もし *coefficient* が推定されるならば、企業 1 の企業 2 に対する静学的な推測的変動 k_{10} は、 $k_{10} = \frac{\text{coefficient}}{B} - 1$ と推定される。しかし、 x_{1t} は (2) に従って生成されており、真の値は (2) の x_{1t} の係数 $B + Bk_{10} + 2ca_1 + 2\rho ca_1$ から、 $k_{10} = \frac{\text{coefficient} - 2ca_1 - 2\rho ca_1}{B} - 1$ と解釈されるべきである。このケー

スでは *coefficient* が過少に推定されたが、静学的推測的変動は真の値 (-0.2) を大きく上回って平均で 3 と推定されてしまう。

静学モデルによる推定に伴う問題は、第 1 に、いま上で指摘した推定された係数の解釈の問題である。上で見たように推定値を静学モデルで解釈すると、推測的変動は過大に評価されよう。紹介する Dockner [1992] によればこと同じ動学的な生産量調整モデルで評価するとき、対応する静学モデルの推測的変動 k_{10} は動学的な反応過程を反映するはずである。そうであれば推定された推測的変動は一体何を表しているのだろうか。

しかしここでのモデルを Dockner [1992] に当てはめて解釈してはならない。ここでのモデルに沿って言えば、Dockner [1992] は今期に収束すべき均衡に向かって調整される過程を描いていると解釈すべきである。ここでの離散型モデルでは不均衡下での調整過程を通じて、すなわち期間内の初めに推測的変動というツールによってその期間の均衡が成立し、こうした均衡への調整過程が每期每期繰り返される。Dockner [1992] はここでの離散型モデルの各期内の調整過程を描いているのであって、この離散型モデルの来期以降の将来期間を表しているわけではない。

第 2 に、これはより大きな問題であるが、推定モデルは (4) 式ではなく、(2) である。もし (4) 式で推定すると、*coefficient* の推定値は真の値から大きく外れたものになるだろう。これはシミュレーション結果からも明らかである。企業が (2) 式のようなフィードバック・タイプの戦略を持つとき、(4) 式の静学的な推測的変動アプローチは不適切である。

このシミュレーション結果から、動学的モデルから導かれたデータを静学モデルで推定する場合、静学的な推測的変動が正しく推定される保証はないし、Dockner [1992] が言うように動学的調整を反映したものになるとは言えない。それでは Dockner [1992] が間違っていたのかと言えば、そうではない。Dockner [1992] が扱っているのは短期的な調整過程であると理解すべきである。われわれは動学と言うと長期過程を考えがちであるが、必ずしもそうではない。静学的な推測的変動が意味するものは短期

的な調整過程であり、もし長期の過程を描きたいならば、やはり明示的な長期モデルが必要である。

【参考文献】

- Brander, J. A. and Spencer, B. J., 1985, Export Subsidies and International Market Share Rivalry, *Journal of International Economics*, Vol. 18, 83-100.
- Brander, J. A. and Zhang A., 1990, Market Conduct in the Airline Industry: an Empirical Investigation, *Rand Journal of Economics*, Vol. 21, No. 4, 1990, 567-583.
- Bresnahan, T. F., 1981, Duopoly Models with Consistent Conjectures. *American Economic Review*, Vol.71, No.5, 934-43.
- , 1982, The Oligopoly Solution Concept Is Identified. *Economics Letters*, Vol.10, 87-92.
- , 1983, Existence of Consistent Conjectures: Reply. *American Economic Review*, Vol.73, No.3, 457-8.
- , 1989, Empirical Studies of Industries with Market Power, in R. Schmalensee and R. D. Willig edited, *Handbook of Industrial Organization*, Vol. II Amsterdam: North-Holland, 1011-57.
- Considine, T. J., 2001, Markup Pricing in Petroleum Refining: A Multiproduct Framework, *International Journal of Industrial Organization*, Vol. 19, 1499-1526.
- Daughety, A., F., 1985, Reconsidering Cournot: the Cournot equilibrium is consistent. *Rand J of Economics*, Vol. 16, No. 3. 368-79.
- Dixit, A. K., 1988, Optimal Trade and Industrial Policies for the U. S. Automobile Industry. In Robert C. Feenstra, ed., *Empirical Methods for International Trade*. Cambridge, Mass.: MIT Press.
- Dixon, D. and Somma, E., 2003, The evolution of consistent conjectures. *Journal of Economic Behavior and Organization*, Vol. 51., 523-536.
- Dockner, E. J., 1992, A Dynamic Theory of Conjectural Variations, *The Journal of Industrial Economics*, Vol. XL, No. 4, 377-395.
- Driskill, R. and McCafferty, S., 1989, Dynamic Duopoly with Adjustment Costs: A Differential Game Approach, *Journal of Economic Theory*, Vol. 49, No. 2, 1151-1164.
- Erickson, G. M., 1997, Note. Dynamic Conjectural Variations in a Lanchester Oligopoly. *Management Science*, Vol. 43, No. 11, 1603-1608
- Fershtman, C. and Kamien, M. I., 1987, Dynamic Duopolistic Competition with Sticky Prices, *Econometrica*, Vol. 55, 1151-1164.
- Figuières, C., Jean-Marie, A., Quérou, N. and Tidball, M., 2004, *The Theory of Conjectural Variations*, Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.
- Friedman, J., 1983, Chap. 5 Reaction function. In Friedman, J., *Oligopoly Theory*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Friedman, J. W. and Mezzetti, C., 2002, Bounded Rationality, Dynamic Oligopoly, and Conjectural variations, *Journal of Economic Behavior and Organization*, Vol. 49, 287-306.
- Haskiel, J. and Martin, C., 1994, Capacity and Competition: Empirical Evidence on UK Panel Data, *The Journal of Industrial Economics*, Vol. XLII, no. 1 March, 23-44. by Jonathan
- Itaya, J.-I. and Dasgupta, D., 1995, Dynamics, Consistent Conjectures, and Heterogeneous Agents in the Private Provision of Public goods, *Public Finance*, Vol. 50, No. 3, 371-389.
- Kadiyali, V., Sudhir, K. and Rao, V. R., 2001, Structural analysis of competitive behavior: New Empirical Industrial Organization methods in marketing. *International Journal of Research in Marketing*, Vol. 18, 161-186.
- Kalai, E. and Stanford, W., 1985, Conjectural Variations Strategies in Accelerated Cournot Games. *International Journal of Industrial Organization*, 3, 133-152.
- Laitner, J., 1980, Rational Duopoly Equilibria, *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 95, pp. 641-662.
- Kamien, M. and Schwartz, N., 1983, Conjectural Variation, *Canadian Journal of Economics*, Vol. 16, 192-211.
- Karp, L. S. and Perloff, J. M., 1989, Estimating Market Structure and Tax Incidence: The Japanese Television Market, *The Journal of Industrial Economics*, Vol. XXXVII, No. 3, 225-239.
- Kinoshita, J., Suzuki, N and Kaiser, H. M., 2002, Explaining Pricing Conduct in a Product-Differentiated Oligopolistic Market: An Empirical Application of a Price Conjectural Variations Model, *Agribusiness*, Vol.18, No. 4. 427-436.

- Kobayashi, S. and Takenaka, K., July 28, 2016, Conjectures and Equilibrium in Dynamic Differentiated Duopoly Games, Fifth World Congress of the Game Theory Society, Maastricht, The Netherlands.
- Liang, N., 1989, Price Reaction Functions and Conjectural Variations; An Application to the Breakfast Cereal Industry. *Review of Industrial Organization*, Vol.4, No.2. 31-58.
- Lindh, T., 1992, The Inconsistency of Consistent Conjectures Coming back to Cournot, *Journal of Economic Behavior and Organization*, Vol. 18, 69-90.
- Martin, S., 1993, *Advanced Industrial Economics*, Cambridge, Massachusetts: Blackwell Publishers Inc.
- Maskin, E. and Tirole, J., A Theory of Dynamic Oligopoly, III Cournot Competition, *European Economic Review*, Vol. 31, 947-968.
- Müller, W. and Norman, H-T., 2006, Conjectural Variation and Evolutionary Stability in Finite Populations, *Journal of Evolutionary Economics*, Vol. 17, 53-61.
- Pakes, A. and McGuire P., 1992, 'Computing Markov-perfect Nash Equilibria: a Dynamic Differentiated-product Market, *NBER Working Paper*, No. 199.
- Reynolds, S. S., 1987, Capacity Investment, Preemption and Commitment in an Infinite Horizon Model, *International Economic Review*, Vol. 28, 69-88.
- Riordan, M. H., 1985, Imperfect Information and Dynamic Conjectural Variations, *Rand Journal of Economics*, Vol. 16, No.1, 41-50.
- Roberts, M. J., and Samuelson, L., 1988, An Empirical Analysis of Dynamic, Nonprice Competition in an Oligopolistic Industry, *Rand Journal of Economics*, Vol. 19, No.2, 200-220.
- Shaffer, S. 1994, Structure, Conduct, Performance, and Welfare, *Review of Industrial Organization*, Vol. 9, 435-450.
- Slade, M. E., 1992, Vancouver's Gasoline-Price Wars: An Empirical Exercise in Uncovering Supergame Strategies. *The Review of Economic Studies*, Vol. 59, 257-276.
- , 1995a, Empirical Games: the Oligopoly Case, *Canadian Journal of Economics*, Vol. XXVIII, No. 2, 368-402.
- , 1995b, Product Rivalry with Multiple Strategic Weapons: an Analysis of Price And Advertising Competition, *Journal of Economics and Management Strategy*, Vol. 4, No. 3, 445-476.
- Takenaka, K. and Kobayashi, S., 2016, Consistent Conjectures in Differentiated Duopoly under Incomplete Information, unpublished.