

一致推測的変動均衡とクールノー均衡

竹 中 康 治

はじめに

どの企業もライバルの反応を知っている場合に成立する推測的変動をコンシステント (consistent) と呼ぶ。つまり推測的変動というライバルの反応についての予想が現実と一致する場合である。コンシステント (consistent) は「両立する」、とか「矛盾しない」、とか「一致する」というような意味である。コンシステントな推測的変動と言った場合、整合的推測的変動と呼ぶことがあるがここではコンシステントの意味をきわだたせるために「一致」推測的変動と呼ぶことにする。

かくして一致推測的変動は、どの企業にとってもその推測的変動が実際のライバルの反応に等しいと定義される。一般的にライバルの実際の反応はその反応曲線の傾き（あるいはその逆数）によって表わされるとされるが、一致推測的変動とは推測的変動がライバルの反応曲線の傾き（あるいはその逆数）に等しくなるケースである。ここで、「一致」は予想と現実が一致することを意味する。

クールノー・モデルやベルトラン・モデルはもっともよく使われる寡占モデルであるが、これらの理論では推測的変動は「一致」ではない。クールノー・モデルやベルトラン・モデルの推測的変動の値はゼロであるが、それらのケースの反応曲線の傾きは非ゼロであるからだ。クールノー・モデルやベルトラン・モデルでの推測的変動の「不一致性」は1回限りの同時手番ゲームでは当然のことかもしれない。そこでは、プレイヤーは同時に1回限りで戦略を選択するのであるから、互いにライバルの何らかの反応を期待するわけにはいかないからである。

しかし有限回ではあるが、繰り返しの選択ができるならば、今の選択がライバルの次回の選択にどのような影響を与えるかを考慮する必要がある。ここに非ゼロの推測的変動が存在する余地がある。ただし、1回限りの同時手番ゲームを単に有限回数繰り返しのゲームに拡大しても非ゼロの推測的変動は得られない。

本稿では、一致推測的変動による均衡が成立する背景とその均衡の特徴を議論する。それらの議論はクールノー均衡との比較の中で行われる。以下では、複占企業が同時に生産量を選ぶ静学的数量競争のフレームワークで考える。まず第1に議論するべきは、静学的数量競争の均衡として一致推測的変動均衡とクールノー競争がそれぞれ成立する条件を明らかにすることである。この問題は以下の1.で扱う。

次に、一致推測的変動均衡の優れた特徴を明らかにしなければならない。優れた特徴は2つある。以下の3.では、そのうちの1つを明らかにする。それは一致推測的変動が使われる限り、数量競争モデルであっても価格競争モデルであっても、同一の均衡が成立することである。したがってわれわれは一致推測的変動均衡を仮定する限り、寡占モデルとして数量競争モデル(クールノー(的)均衡)を選ぶか、価格競争モデル(ベルトラン(的)均衡)を選ぶかという問題に悩まされることはない。ここで、「クールノー(的)均衡」や「ベルトラン(的)均衡」と的を使うのは、非同質財のケースで同質財と同様なNash行動を取るときの均衡を含むからである。

一致推測的変動均衡の特徴はこれだけではない。もう1つ存在する。それは各プレイヤーがライバルの需要曲線（の位置）について無知であるような不完備情報のもとでは、もしプレイヤーがクールノー行動やベルトラン行動をとるのであれば、どのプレイヤーにも自分の需要曲線の位置をライバルに過大に見せてライバルの供給量を縮小させようとするインセンティブが存在することになる。この場合、当然のことながら、どのような均衡が成立するかはいまだ不明である。

他方、一致推測的変動均衡であればどのプレイヤーにもそのようなインセンティブは存在しない。どのプレイヤーも自分の需要曲線に忠実である。実はこうした一致推測的変動の特徴は以下の1. の議論の前提として使われている。ただし、不完備情報のもとでライバルをミス・リードするような行動の有無については本稿ではこれ以上議論しない。

ところで先にあげた一致推測的変動の1つの特徴、すなわち企業の選択変数にかかわらず同一の均衡が成立するという議論を進めるためには、数量競争モデルで使われる数量に関する推測的変動と価格に関する推測的変動との関係を明らかにしなければならない。すなわち、ある均衡がある大きさの数量の推測的変動をとともなう数量モデルで成立したとすると、価格競争モデルで同一の均衡を成立させるような価格に関する推測的変動が存在する。こうした同一の均衡をもたらす数量に関する推測的変動と価格に関する推測的変動との対応関係について2. で議論する。

1. 一致推測的変動均衡とクールノー均衡が成立する条件

1.1 クールノー均衡

本章では一致推測的変動（consistent conjectural variation）均衡とクールノー（的）均衡がそれぞれ成立する環境条件を議論する。環境条件とはゲーム理論的に言うと、プレイヤーの決定における順番の有無、あるいは情報が完備か不完備かということの意味する。

クールノー・モデルやベルトラン・モデルは本来は同質財市場を仮定するが、これらモデルを異質財市場に容易に拡張できるし、得られる均衡の質的特徴も変化しない。そこで本稿では異質財市場に拡張して議論したい。以下では、「クールノー（的）モデル」のように（的）をつけて、クールノー・モデルが異質財市場に拡張したことを示す。本来は同質財市場を仮定した「的」がないのがもともとの名称である。ベルトラン（的）モデルも同様に扱う。

最初に複占同質財市場を仮定し、市場需要曲線を次のように表わす。

$$(1) \quad P = A - BX, \quad A, B > 0, \\ X = x_1 + x_2,$$

ここで P, X, x_i はそれぞれ市場価格、市場需要量、企業 i の供給量である。どの企業についても限界費用は一定であるが、限界費用の大きさは企業ごとに異なる。すなわち企業 i の費用 C_i は、

$$(2) \quad C_i = c_i x_i.$$

企業 i は利潤、 $\pi_i \equiv Px_i - C_i$ を最大にするように生産量 x_i を選ぶ。選ぶさいには、どの企業 i もライバル企業 j の x_j を観察できないとする。

このとき、企業 i の利潤最大化条件を整理して表わすと、

$$(3) \quad P = c_i + B \left(1 + \left(\frac{dx_j}{dx_i} \right)^e \right) x_i, \quad i=1, 2, \quad i \neq j, \quad j=1, 2. \quad \text{となる.}$$

ここで、 $\left(\frac{dx_j}{dx_i} \right)^e$ についての添字 e は $\frac{dx_j}{dx_i}$ の大きさが企業 i の企業 j に対する推測（予想）であることを示している。これが生産量についての推測的変動である。もし企業が価格を選ぶモデルでは推測的変動は価格について定義される。推測的変動は、クールノー・モデルで $\left(\frac{dx_j}{dx_i} \right)^e = 0$ 、ベルトラン・モデルでは $\left(\frac{dp_j}{dp_i} \right)^e = 0$ 、となる。 $\left(\frac{dx_j}{dx_i} \right)^e = 0$ を利潤最大化条件 (3) に代入し、整理すると

$$(4) \quad x_i = \frac{A - Bx_j - c_i}{2B}, \quad i, j=1, 2, \quad i \neq j$$

(4) の形で表わした 1 階の利潤最大化条件をクールノー・モデルにおける企業 i の反応曲線と呼ぶ。反応曲線というのは、ライバル j が x_j を選んだら、それに対応して企業 i は x_i を選ぶ、というようにライバル j の行動に対する i の反応を示しているからである。ただし企業 i の反応曲線では i が x_i を選んだ後、 j がさらに反応するとは考えていない。つまり先に述べたように、どの企業の選択もライバルの選択に影響しないと仮定しているからである。

x_2 を縦軸に、 x_1 を横軸にとり、反応曲線を図で示めすと第 1 図のように描ける。そこでは企業 1 の反応曲線も企業 2 の反応曲線もともに右下がりとなる。右下がりとは、例えば企業 1 の反応曲線に沿って考えれば、企業 2 が生産量を増大させれば企業 1 は生産量を減らして反応すること意味する。

クールノー的モデルやベルトラン的モデルでは一致推測的変動は成立しないことは明らかである。例えば、ここでのクールノーモデルでは企業 i の反応関数は (4) で与えられる。これから、 $\frac{dx_i}{dx_j} = -\frac{1}{2}$ 、

しかし企業 j の推測的変動 $\left(\frac{dx_j}{dx_i} \right)^e$ はゼロに等しい。推測的変動と言う予想と反応曲線が示す実際の反応は異なる。したがって、クールノー・モデルは一致推測的変動ではないことになる。ベルトラン・モデルでも同様である。

ところが、Lindh [1992] はクールノー均衡やベルトラン均衡は一致推測的変動であると主張する。Lindh [1992] をもとにその理由を述べれば次のようになる。企業 1 と 2 からなるクールノーの複占モデルを想定しよう。いま両企業が均衡にあるとする。このときいずれか一方の企業、例えば企業 1 が均衡から離れたとする。このとき企業 2 はどんな反応をみせるだろうか。Lindh [1992] は、企業 1 が均衡から離れたとき企業 2 はその理由を考えるはずで、完備情報であれば、考えられる離脱の理由は一つしかない。それは、「企業 1 の誤りである」。そうであるとしたら、企業 2 は反応するだろうか。もう一度やり直しの機会が与えられたとしたら、企業 2 は均衡とは異なる企業 1 の均衡からの離脱に対応した生産量を反応曲線上から選ぶだろうか。

Lindh [1992] によれば、企業1の均衡からの離脱に対して企業2は何の反応もしない。企業2は企業1が生産量を間違えたと判断し、企業1がそれにすぐ気付いてもとの均衡生産量に訂正するはずだと考えるからだ。したがって企業2は何の反応もしない。かくしてLindh [1992] は2本の反応曲線を均衡で交差する水平線と垂直線で考える（第1図参照）。通常の右下がり（価格競争モデルであれば右上がり）の反応曲線はあくまでライバルの均衡生産量（あるいは価格）への対応を示すものであり、不均衡生産量（あるいは価格）に対する反応を表わすものではない。かくしてLindh [1992] はクールノー・モデルでは一致推測的変動が成立すると結論する。この議論はベルトラン的な行動にも当てはまるから、ベルトラン・モデルもその推測的変動は一致する。

しかし、クールノー・モデルやベルトラン・モデルの推測的変動についての一致性はここではこれ以上議論しない。これは次の理由から重要な研究テーマとなる。もし完備情報下で推測的変動が一致しなければ、これらモデルの均衡は一時的であることになる。企業はライバルの反応についての予想が間違っていたことにすぐに気付くはずだからだ。そうであれば企業はライバルの反応予想、つまり推測的変動を訂正することになる。では、どのように訂正していくのか、その結果どこに収束するであろうかといった問題が残される。それは今後の研究としたい。

クールノー・モデルは「同質財」に特徴があるわけではない。実際すぐ後で見るように、異質財を仮定しても数量競争モデルを描くことができる。いま複占市場ではあるがに代わって各企業が直面する需要曲線が(5)のような異質財市場を考える。ここで P_i は企業 i の製品価格である。

$$(5) \quad p_i = A_i - B_{ii}x_i - B_{ij}x_j, \quad A_i, B_{ii}, B_{ij} > 0, B_{ii} \geq B_{ij}, \quad i=1, 2, \quad i \neq j, \quad j=1, 2$$

費用関数は(4)で変わらないとする。どの企業もその選択変数は生産量であるとする。企業がクールノー行動をとるときの利潤最大化の1階条件は、

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial x_i} = P_i - B_{ii}x_i - c_i = 0, \quad i=1, 2, \quad i \neq j, \quad j=1, 2$$

これをについて解くと（あらゆる i と j について、 $2(A_i - c_i)B_{jj} \geq (A_j - c_j)B_{ij}$ 、とする）。

$$(6) \quad x_i^* = \frac{-(A_j - c_j)B_{ij} + 2(A_i - c_i)B_{jj}}{-B_{12}B_{21} + 4B_{11} + B_{22}}, \quad i=1, 2, \quad i \neq j$$

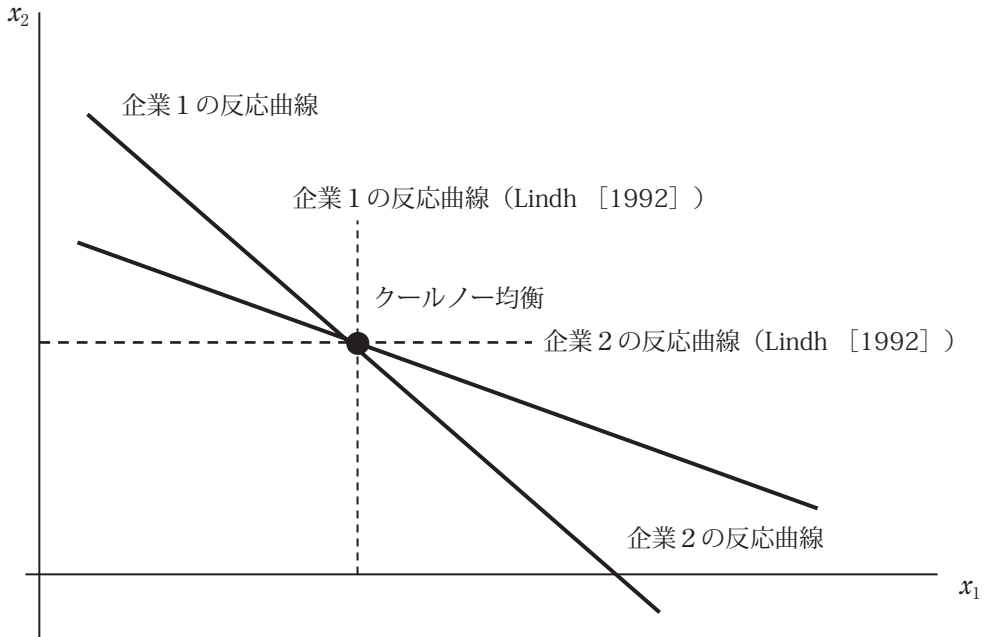
ここで、異質財市場の解であらゆる i と j について、 $A \equiv A_i = A_j$, $B \equiv B_{ii} = B_{jj} = B_{ji} = B_{ij}$ 、とすると同質財市場の解に一致する。このことは同質財市場の解が異質財市場の解の集合に属していることを意味するから、同質財モデルは異質財モデルの特殊ケースとしてとらえることができる。これがここでは異質財場合にはクールノー的モデルと、クールノー・モデルに「的」を付けて呼ぶ理由である。

ゲーム理論の観点からクールノー（的）・モデルを整理すると次のように特徴づけられる。

- (1) 同時手番の1回限りのゲーム、
- (2) 完備情報、
- (3) 戦略 x_i の集合は非負の生産量集合からなる。

それでは上の(1)～(3)のうち、(1)と(3)を次のように修正したらどのような均衡が成立するだろうか。いま、どの企業もライバルの決定を知らずに同時に生産量を決定しなければならない同時手

第1図 クールノー・モデルの反応曲線



番ゲームで考える。ただしこの同時手番ゲームは有限回だけ何度も繰り返されるとするが、繰り返しゲームとは異なり、どのプレイヤーも選択を変えてもよい。さらに最初の選択時にはどの企業もライバルの需要曲線について無知であるとする。

1.2 不完備情報と一致推測的変動均衡

どの企業もライバルの需要曲線や費用関数について無知であるとき、一致推測的変動が成立する。その理由をここでは明らかにしたい。以下の同時手番ゲームは有限回だけ何度も繰り返されるとする¹⁾。いま、(5)と同様の異質財の需要曲線を持つ複占市場を仮定する。ただし、(5)は確実な需要曲線であったが、ここでは確率的な需要を前提する。そのため需要曲線(5)に期待値がゼロで、分散が一定の正規分布に従う確率項 ε_i を加えた (5)' を仮定する²⁾。さらに ε_i は企業 i ごとに独立であるとする。

$$(5)' \quad P_i = A_i - B_{ii}x_i - B_{ij}x_j + \varepsilon_i, \quad A_i, B_{ii}, B_{ij} > 0, \quad B_{ii} \geq B_{ij}, B_{ij} = B_{ji}, \quad i \neq j, i, j = 1, 2.$$

どの企業 i ($i=1, 2$) も自己の ε_i の実現値は知っているものの、ライバル j ($j \neq i, j=1, 2$) の ε_j については無知であるとする。ただし、ライバルの他のパラメータについては知っているとしよう。企業は何度も生産量を同時に選択するが、 ε_i の実現値は第1回目の選択時と以後は変わらないとする。また費

1) 有限回としたのは、無限回の繰り返しゲームとするとここでは考えていないような均衡が成立するかもしれないからである。

2) ε_i を正規分布としたとき、その実現値によっては企業に損失が生じ、操業を中止する可能性もある。しかし、ここでは説明の簡単化を図るため、その可能性には触れずに議論を進めていきたい。

用は (2) の限界費用が一定 c_i を仮定する。いま生産量についての第1回目の選択を考える。

企業1は自身の利潤を最大化するさい、企業2の生産量 x_2 を予想しなければならない。ここで、どの企業も危険中立的だと仮定すると、企業1は ε_2 の期待値をゼロとして企業2の期待反応曲線を計算し、自らの実際の反応曲線との交点で生産量 x_1^1 を選ぶ。第2図 (a) は企業1の視点から見た反応曲線図である。図で、 A_1 は企業1が予想する期待均衡である。 Ex_2^1 は企業1が予想する企業2の期待生産量である。右肩添字1はこれが1回目の選択であることを示す。

企業2も同様に $\varepsilon_1=0$ として企業1の期待反応曲線を計算し、自らの実際の反応曲線との交点で生産量 x_2^1 を選ぶ。第2図 (b) は企業2からみた反応曲線図である。図から企業2が予想する企業1の期待生産量は Ex_1^1 である。こうして第1回目の選択の結果は (x_1^1, x_2^1) となる。この結果はすべての企業にとって既知であるとする。ただし、どの企業 i も自らの実際の反応曲線に正直にしたがうと仮定する。ここで「実際の反応曲線」とは ε_i の実現値で成立する反応曲線である。この仮定はどの企業 i もライバル j をミスリードするために自らの ε_i 大きく (あるいは小さく) 見せようというインセンティブが存在しないことを意味する。

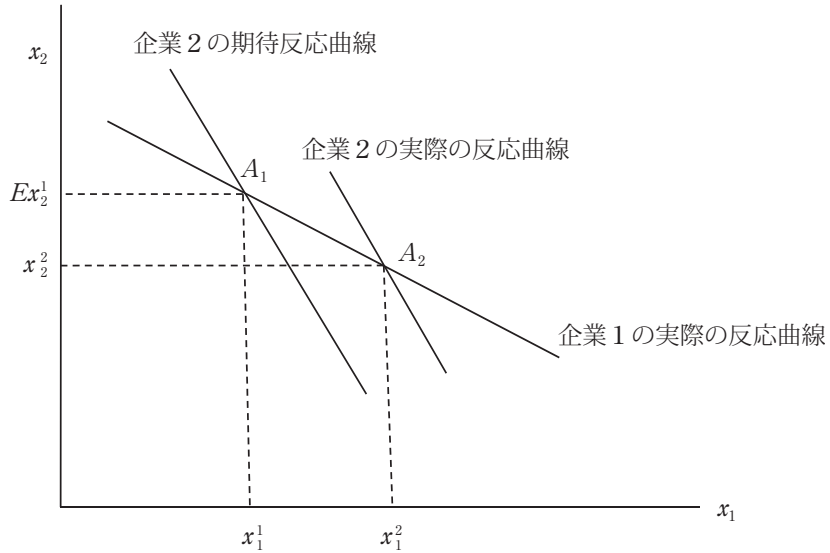
どの企業も危険中立的な観点から、第1回目の選択時にはどの企業 i もライバル j の予想生産量が $\varepsilon_j=0$ とする期待反応曲線に沿って行われることを確実に予想する。しかし第2回目の選択時にはどの企業 i も第1回目の選択結果を見てライバル j の ε_j の実現値を知ることになる。例えば企業1は、企業2が第1回目の選択でライバルである企業1の期待生産量を Ex_1^1 としたことを確実に予想している。かくして第1回目の選択結果 (x_1^1, x_2^1) から、企業1は企業2の実際の反応曲線を、言い換えれば ε_j の実現値を知ることになる。

第2回目の選択時にはどの企業もライバルの実際の反応曲線を知ることになり、これと自らの反応曲線の交点が均衡となる。1回目と2回目の各企業 i の選択は ε_i の実現値に基づく自らの反応曲線に沿って行われる。例えば企業1であれば、生産量は実際の反応曲線に沿って x_1^1 (第1回目) と x_1^2 (第2回目) というようにその実際の反応曲線の上で選択される。企業1の選択が x_1^1 から x_1^2 へと変化するのに対応して、企業2は実際の反応曲線に沿って x_2^1 から x_2^2 へと変化する (第2図 (a) と (b) を参照)。

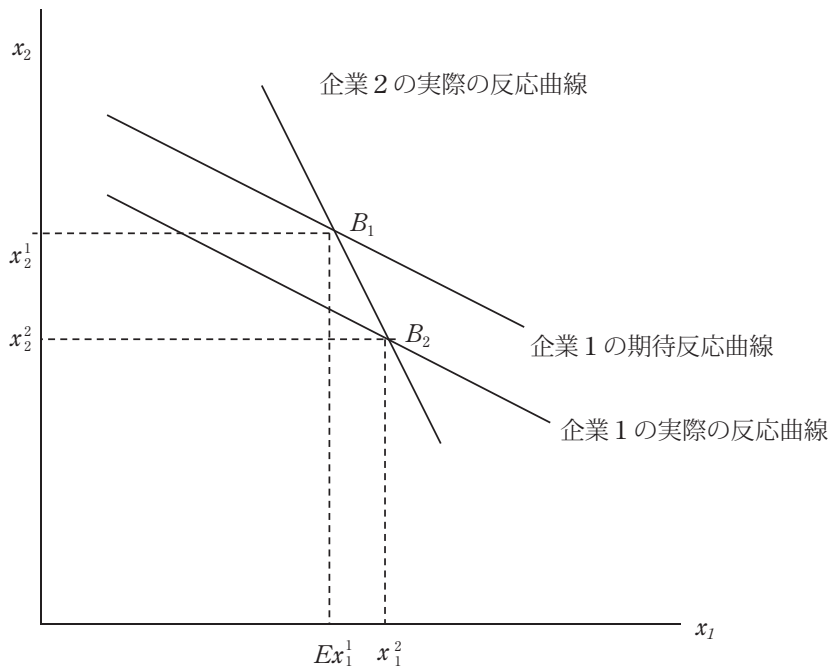
企業1にとっては自らの選択の変化に対してライバル2もその反応曲線に沿って変化するから、企業1がライバル2に対して変動は企業2の反応曲線上で推測されなければならない。したがって企業1の推測的変動は実際の企業2の変化に一致する。企業2についても同様に推測的変動は企業1の反応曲線上で求められるから、一致する。これに対して、クールノー的モデルやベルトラン的モデルの場合にはなぜ推測的変動がライバルの反応曲線から求められないかと言えば、それらのモデルでは生産量や価格が反応曲線の上でただ1点しか選ばれないからである。先に示したクールノーの推測は単に読者に均衡を示す説明、あるいはそれぞれの企業が均衡を見つけるための頭の中での模索過程にすぎない。実際に企業が動くわけではない。実際に「動く」のはここで仮定したような不完備情報のケースである。

ただし、上の議論には問題が2つある。第1は不完備情報のもとでライバルを偽るかもしれないという問題である。先に太字で仮定したように、ライバルの需要曲線の位置が不明であるときに、はたして企業 i は ε_i の実現値のときの反応曲線に正直にしたがうだろうか、ライバルも企業 i の需要曲線の位置を知らないということを利用して ε_i を過大に見せるインセンティブが存在するのではないか。しかし Takenaka and Kobayasi [2017] で示すように、一致推測的変動のもとではどの企業も偽って、ライバルをミスリードすることはない。それに対してクールノー行動やベルトラン行動のときにはどの企業

第2図 (a) 企業1からみた反応曲線



第2図 (b) 企業2からみた反応曲線



もライバルを偽るインセンティブが存在する。

第2の問題は、2回目の選択時にはどの企業 i もライバル j の ε_j の実現値を知っているのに、クールノー的均衡（あるいはベルトラン的均衡）が成立してしまうのではないかと、ということである。しかしこうした推測的変動の変化をとまなう行動はあり得ない。上で議論したように、もし第2回目の選択

時にクールノー的行動やベルトラン的行動をとるならば、第1回目の選択ではどの企業*i*も自らの実際の反応曲線に正直に x_i^1 を選ばないだろう。

不完備情報下での同時手番ゲームの結果を次のようにまとめておく。

需要曲線を(5)'と仮定する。どの企業もライバル*i*の需要曲線についてパラメータ A_i, B_{ii}, B_{ij} の大きさについては既知であるが、確率項 ε_i の実現値について無知であるとする。このとき一致推測的変動均衡が成立する。

2. 数量についての推測的変動(数量競争モデル)と価格についての推測的変動(価格競争モデル)の関係

ここでは、数量競争モデルで使われる数量についての推測的変動と価格競争モデルで使われる価格についての推測的変動の関係を示しておきたい。すなわち、数量の推測的変動によって成立する均衡と同じ均衡をもたらすような価格の推測的変動を求めたい。次章では一致推測的変動(consistent conjectural variation)均衡を議論するが、その議論のためにも数量についての推測的変動と価格についての推測的変動の対応関係を明らかにする必要がある。

(5)のような線形の需要曲線からなる異質財複占市場を仮定する。同質財の場合には、 $A = A_j, B_{ii} = B_{ji} = B_{jj}$ 、として解釈すればよい。(5)には確率項 ε_i は存在しない。

費用関数は企業*i* ($i=1, 2$)について(2)を仮定する。数量競争モデルにおける企業*i*が推測するライバル*j*の数量の変動を数量の推測的変動と呼び、 $k_i \equiv \left(\frac{dx_j}{dx_i}\right)^e$ 、で表わす。これは企業*i*が生産量を変化させたとき企業*j*がどれほど生産量を変化させるかについての企業*i*の予想(推測)を意味する。

モデルが価格競争のときの推測的変動を価格の推測的変動と呼び、 $h_i \equiv \left(\frac{dp_j}{dp_i}\right)^e$ 、で表わす。企業*i*が価格を変化させたときの企業*j*の価格変化についての企業*i*の予想(推測)である。 k_i も h_i もともに一定であると仮定しよう。数量競争モデルでは、企業*i*は利潤、 $\pi_i \equiv P_i x_i - C_i$ を最大にするように生産量 x_i を選ぶ。そのときの利潤最大化条件は、

$$(7) \quad \frac{d\pi_i}{dx_i} = P_i - (B_{ii} + B_{ij} k_i) x_i - \varepsilon_i = 0, \quad i=1, 2, \quad j=1, 2, \quad i \neq j$$

ここで k_i は数量に関する推測的変動で、 $k_i \equiv \left(\frac{dx_j}{dx_i}\right)^e$ 。

次の価格について推測的変動について考える。2本の需要曲線(5)を x_1 と x_2 について解けば次の需要関数(8)が得られる。

$$(8) \quad x_i = \frac{A_i B_{jj} - A_j B_{ji} - B_{ji} P_i + B_{ij} P_j}{-B_{12} B_{21} + B_{11} B_{22}}, \quad i=1, 2, \quad i \neq j.$$

x_i を p_i で微分すれば、

$$(9) \quad \frac{dx_i}{dP_i} = -\frac{(B_{jj} - B_{ij}h_i)}{-B_{12}B_{21} + B_{11}B_{22}}, \quad i=1, 2, \quad i \neq j.$$

ここで h_i は価格に関する推測的変動で, $h_i \equiv \left(\frac{dp_i}{dP_i}\right)^e$.

価格競争モデルのきの企業 i の利潤最大化条件は, $\frac{d\pi_i}{dx_i} = 0$, より得られる.

(9) を使えば, 価格を選択変数とする企業 i の利潤最大化条件を次の (10) のように表わすことができる.

$$(10) \quad \begin{aligned} \frac{d\pi_i}{dx_i} &= x_i + P_i \frac{dx_i}{dP_i} - \frac{dC_i}{dx_i} \frac{dx_i}{dP_i} \\ &= x_i - \frac{(B_{jj} - B_{ij}h_i)}{-B_{12}B_{21} + B_{11}B_{22}} (P_i - c_i) = 0 \end{aligned}$$

いま数量競争モデルの利潤最大化生産量 x_i が, 価格競争モデルの利潤最大化条件 (10) での生産量に等しくなるような k_i と h_i ($i=1, 2$) の関係を導く. すなわち数量競争均衡 (7) と価格競争均衡 (10) が一致するような k_i と h_i ($i=1, 2$) の関係を明らかにしたい. そのためには (7) と (10) が同時に満たされなければならない. (7) から,

$$P_i - c_i = (B_{ii} + B_{ij}k_i)x_i,$$

これを (10) に代入すると,

$$\frac{d\pi_i}{dP_i} = x_i \left(\frac{-B_{12}B_{21} + B_{ii}B_{ij}h_i - B_{ij}B_{jj}k_i + B_{ij}^2h_ik_i}{-B_{12}B_{21} + B_{11}B_{22}} \right) = 0$$

これがゼロとなるためには, () 内の分子がゼロとならなければならない. これより,

$$(11) \quad h_i = \frac{B_{ii} + B_{ij}k_i}{B_{ii} + B_{ij}k_i}, \quad i=1, 2.$$

あるいは,

$$(12) \quad k_i = \frac{B_{ii} - B_{ij}h_i}{-B_{ij} + B_{ij}h_i}, \quad i=1, 2$$

したがって, 所与の推測的変動 k_i のもとで成立する数量モデルの均衡は, (11) を満たす価格の推測的変動 h_i をともなう価格競争モデルによっても達成される. 例えば, $k_i=0$ のクールノー的均衡は, (11)

から $h_i = \frac{B_{ii}}{B_{ii}}$ をともなう価格競争モデルによっても達成できる. また $h_i=0$ のベルトラン的均衡は, (12)

から、 $k_i = -\frac{B_{ji}}{B_{ij}}$ をともなう数量競争モデルによっても達成される。例えば同質財 ($B_{11} = B_{12} = B_{21} = B_{22}$) のときのベルトラン均衡は完全競争均衡で、 $k_i = -1$ となる。

こうした対応関係は、推測的変動を使うことによって寡占モデルを構築するとき数量か価格かといった決定変数の選択に悩む必要がないことを示している。 k_i で表わされる数量競争モデルは、(11) を満たす h_i を持つ価格競争モデルに対応するからである。

次章では、(11) あるいは (12) を使って、数量の一致推測的変動 k_i に対応する価格の推測的変動 h_i は一致推測的変動であることを示す。すなわち、数量競争モデルの一致推測的変動均衡と価格競争モデルの一致推測的変動均衡は等しくなることを示す。

3. 一致推測的変動均衡

3.1 一致推測的変動

一致推測的変動には内生的に決定されるという他にもう1つの意義がある。以下で示すように、複占市場で線形需要曲線に直面する両企業は一致推測的変動を選ぶ限り、企業の決定係数として生産量を選んでも、価格を選んでも同じ均衡（同じ価格と生産量）が成立する。研究者は寡占モデルを選ぶ際、企業の決定変数を数量（生産量）か価格のどちらにしたらよいか、という問題に直面する。しかし以下の議論によれば、一致推測的変動を選ぶ限り、企業の決定係数として生産量を選んでも、価格を選んでも同じ均衡（同じ価格と生産量）が成立する。したがって寡占モデルを構築する際、線形需要曲線を仮定して一致推測的変動を選ぶ限り決定変数の選択問題に悩む必要はない。

ただし数量競争モデルと価格競争モデルでそれぞれの一致推測的変動均衡が一致するという発見は、既に対称企業のケースについて Kamien and Schwartz [1983] (一定の限界費用を仮定) が報告している。しかし本稿では非対称企業と線形の限界費用のケースにまで議論を拡大する。さらに、Kamien and Schwartz [1983] の証明は図による直観的な説明に終始し、数式による証明はその煩雑さゆえに避けられている。

いずれにしても、以下の非対称的企業への議論の拡張は単に理論的に興味深いというだけではない。それ以外にこの議論の拡張には3つの意義がある。その1つは不完備情報の下での議論にとって必要となる。ここでは、どの企業もライバルの需要曲線の位置について無知であると仮定するが、そうした不完備情報の下で企業は完備情報のときと同じ大きさの供給量を選択するかどうかを検討しなければならない。ライバルは「私」の需要曲線の位置を知らないから、「私」はライバルに自らの需要曲線の位置を過大に見せることができる。それによってライバルはその供給量を減らすだろうし、あるいはその価格を引き上げるだろう。Takenaka and Kobayashi [2017] では、企業がライバルを偽る行動をとるかどうかを数量モデルを使って議論する。そこでは数量についての一致推測的変動均衡ではライバルを騙すインセンティブは存在しないことが示される。他方、クールノー均衡では騙すインセンティブが存在する。同様の結論は価格モデルの一致推測的変動均衡でも成立するが、しかしそれを示すために価格競争モデルを使って煩雑な証明作業を繰り返す必要はない。Takenaka and Kobayashi [2017] では、数量競争モデルと価格競争モデルではそれぞれの一致推測的変動均衡が一致するという特徴を使って、価格競争のモデルの一致推測的変動均衡でのミス・リードのインセンティブが存在しないことを示す。

2番目の意義は、現実の問題に対応して理論モデルや実証モデルを構築する際、企業が対称的である

うが非対称的であろうが、一致推測的変動均衡を使う限り数量モデルか価格モデルかといった選択問題に悩む必要はない、ということである。

3番目の意義はすでに前述したことであるが、Kamien and Schwartz [1983] は代数的にその証明を示さず、図による説明で済ませており、不満が残る。それはKamien and Schwartz [1983] のアプローチが非常に煩雑な式の展開をともなうからに他ならない。ここでは均衡を直接求め、比較するという形で代数的にきちとした形で証明する。

以下では一致推測的変動を考えるが、これは実際の反応と「一致」するような推測的変動を指す。一般に実際の反応はライバルの反応曲線の傾き（あるいはその逆数）で表わされる。最初に完備情報のケースを考えよう。まずはクールノー・モデルやベルトラン・モデルのような同時手番ゲームを取り上げる。

3.2 数量競争モデルと価格競争モデルの一致推測的変動均衡の均等性

最初に数量競争を仮定する。需要曲線 (5) を仮定し、利潤最大化条件 (7) から企業 i の反応関数は次の (13) のように得られる。

$$(13) \quad x_i = \frac{A_i - B_{ij}x_j - c_i}{2B_{ii} + B_{ij}k_j}, \quad i=1, 2, \quad j=1, 2, \quad i \neq j.$$

この2本の反応関数 (13) を x_1 と x_2 について解くと、数量についての推測的変動 k_i ($i=1, 2$) を所与とする均衡生産量 (x_i^*) が次のように得られる。

$$(14) \quad x_i^* = \frac{-(\alpha_j B_{ij} - 2\alpha_i B_{ji} - \alpha_i B_{ji} k_j)}{-B_{12}B_{21} + 4B_{11}B_{22} + 2B_{12}B_{22}k_i + 2B_{21}B_{11}k_2 + B_{12}B_{21}k_1k_2}$$

ここで、

$$(15) \quad \alpha_i \equiv A_i - c_i, \quad i=1, 2.$$

局所的な一致推測的変動とは、反応についての予想が均衡の近傍で現実の反応に一致する合理的期待形成のことである。企業 i の数量についての一致推測的変動を k_i^* で表せば、すべての i ($i=1, 2$) について、 k_i^* はライバル j の反応関数の x_j の係수에等しくなる。すなわち、

$$k_i^* = \frac{dx_j}{dx_i}, \quad i=1, 2.$$

したがって、(13) の両辺を x_i で微分して、

$$\frac{dx_j}{dx_i} = \frac{-B_{ji}}{2B_{jj} + B_{ji}k_j}.$$

これを使って、

$$(16) \quad k_i^* = \frac{-B_{ji}}{2B_{jj} + B_{ji}k_j^*}, \quad i=1, 2, \quad j=1, 2, \quad i \neq j.$$

k_i^* と k_j^* について上の2本の方程式(16)を解くと、下で定義するHの2つの値に応じて解(k_1^* , k_2^*)は次に示すように2組存在する。

$$(17) \quad k_{1\pm}^* = \frac{-4B_{11}B_{21}}{8B_{11}B_{22}+H}, \quad k_{2\pm}^* = \frac{H}{4B_{11}B_{21}}$$

ここで、 $k_{i\pm}^*$ は次の(18)のHの±に対応する。すなわち、 k_{i+}^* はHの第2項の符号が正の場合に、 k_{i-}^* は負の場合にそれぞれ対応する。

$$(18) \quad H \equiv -L_1L_2 \pm F, \\ F \equiv \sqrt{L_1L_2(L_1L_2 - 4B_{12}B_{21})} \\ L_i \equiv 2B_{ii}, \quad i=1, 2$$

後述するように、もし両企業が対称的(両企業の需要曲線と費用構造が同じ)であれば、あらゆる*i*について、 $k_{i\pm}^*$ は等しくなる。

k_i^* と k_j^* について上の2本の方程式(17)を解くと、下で定義するHの2つの値に応じて解(k_1^* , k_2^*)は次に示すように2組存在する。

$$(19) \quad k_{1\pm}^* = \frac{-2L_1B_{21}}{2L_1L_2+H}, \quad k_{2\pm}^* = \frac{H}{2L_1B_{21}}$$

しかし、これら2組の $k_{i\pm}^*$ のうち、意味のある一致推測的変動は k_{i+}^* のみである。 k_{i-}^* は遺棄される。詳細は Takenaka and Kobayasi [2017] に譲るが、 k_{i-}^* のもとで少なくとも企業2の価格 P_2 はその限界費用 c_2 よりも小さくなるからである。

次に価格の一致推測的変動を求める。ただし以下の議論は k_{i+}^* だけではなく、もう一つの一致推測的変動(k_{i-}^*)のもとでも成立する。

(10)に(8)を代入して、価格(P_i)について解けば、企業*i*の価格反応曲線を導くことができる。すなわち企業*i*の価格反応曲線は次式で与えられて、

$$(20) \quad P_i = \frac{\{A_i B_{jj} - A_j B_{ij} + (B_{jj} - B_{ij} h_i) c_i\} + B_{ij} P_j}{(L_j - B_{ij} h_i)}$$

k_i^* と同様に価格の推測的変動 h_i も合理的期待を仮定すれば、 $h_i \equiv \left(\frac{dP_j}{dP_i}\right)^e = \frac{dP_j}{dP_i}$ として価格の一致推測的変動 h_i^* が求められる。 $\frac{dP_j}{dP_i}$ はライバル*j*の価格反応曲線((8)で、*i*と*j*を入れ替える)を P_i で微分し、これを h_i^* とおけば、

$$(21) \quad h_i^* \equiv \frac{dP_j}{dP_i} = \frac{B_{ji} + (B_{ii} - B_{ji} h_j^*)}{(L_i - B_{ji} h_j^*)}, \quad i=1, 2, \quad i \neq j$$

$i=1, 2$ について (9) の 2 本の方程式を解けば、価格の一致推測的変動 h_i^* が得られる。 k_i^* と同様に h_i^* についても 2 組の解が存在するが、1 つの解のもとではいずれかの企業の価格は必ず限界費用を下回る。意味のある価格の一致推測的変動は、

$$(22) \quad h_{1+}^* = \frac{\{B_{11}B_{22}(L_1L_2 - 4B_{12}B_{21} - F) + B_{12}B_{21}F\}}{2B_{12}(-B_{12}B_{21}L_1 + B_{11}^2L_2)}$$

$$h_{2+}^* = \frac{B_{11}B_{22}(4B_{12}B_{21} + F - L_1L_2) - B_{12}B_{21}F}{2B_{21}\{-B_{22}L_1(L_2 - B_{22}) + B_{12}B_{21}L_2\}}$$

これによって数量の一致推測的変動 k_i^* のもとで成立する数量競争均衡と価格の一致推測的変動均衡は等しくなることが導かれる。先に (11) と (12) で示したように、所与の k_i によって成立する数量競争均衡は、ある特定の h_i によっても一意的にもたらされる。逆もまた成立し、所与の h_i で成立する均衡はある特定の k_i によっても成立する。

例えば、一致数量の推測的変動 (k_{i+}^*) の下で成立する複占均衡生産量 (x_i^*) は価格を決定変数とする複占均衡によってももたらされる。いま、(11) で表される h_i を $h_i(k_i)$ で表わし、 $k_i = k_{i+}^*$ に対応する $h_i(k_{i+}^*)$ を求める。(11) に (19) で示される一致推測的変動 k_{i+}^* を代入して、整理すると、

$$h_1(k_{1+}^*) = \frac{B_{21}\{H + 2L_1(-B_{22} + L_2)\}}{-2B_{12}B_{21}L_1 + B_{11}(H + 2L_1L_2)}.$$

これは以下で示すように (22) で表される h_{1+}^* に等しい。同様に、 $h_2(k_{2+}^*) = h_{2+}^*$

すなわち、

$$h_1(k_{1+}^*) - h_{1+}^* = \frac{[B_{21}\{H + 2L_1(-B_{22} + L_2)\}]\{2B_{12}(-B_{12}B_{21}L_1 + B_{11}^2L_2)\} - \{B_{11}B_{22}(L_1L_2 - 4B_{12}B_{21} - F) + B_{12}B_{21}F\}[B_{21}\{H + 2L_1(-B_{22} + L_2)\}]}{M}$$

ここで、 $M \equiv 2B_{12}(B_{12}B_{21}L_1 - B_{11}(B_{11})L_2)(2B_{12}B_{21}L_1 - B_{11}(F + L_1L_2))$ 、また、(18) で示したように、 $H \equiv -L_1L_2 \pm F$ 。

いま分子のみに注目し、(18) から、 $F^2 = L_1L_2(L_1L_2 - 4B_{12}B_{21})$ 、 $L_i = 2B_{ii}$ を使えば、分子 = $8B_{11}B_{12}^2B_{21}^2B_{22}L_1 - 4B_{12}^2B_{21}^2B_{22}L_{21} - 4B_{11}^2B_{12}B_{21}B_{22}L_1L_2 + 2B_{12}^2B_{21}^2L_2 - 4B_{11}^2B_{12}B_{21}L_1L_2^2 + 2B_{11}B_{12}B_{21}L_1^2L_2^2 - (4B_{11}^2B_{12}B_{21}B_{22} - 2B_{11}B_{12}B_{21}B_{22}L_1 + 2B_{11}^2B_{12}B_{21}L_2 - 3B_{11}B_{12}B_{21}L_1L_2 + 2B_{11}^2B_{22}L_1L_2)H + (B_{11}B_{12}B_{21} - B_{11}^2B_{22})H^2 = 4B_{11}B_{12}^2B_{21}^2L_1L_2 - 4B_{11}^2B_{12}B_{21}B_{22}L_1L_2 + (2B_{11}B_{12}B_{21}L_1L_2 - 2B_{11}^2B_{22}L_1L_2)H + (B_{11}B_{12}B_{21} - B_{11}^2B_{22})H^2 = 4B_{11}B_{12}B_{21}L_1L_2(B_{12}B_{21} - B_{11}B_{22}) + 2B_{11}L_1L_2(B_{12}B_{21} - B_{11}B_{22})H + B_{11}(B_{12}B_{21} - B_{11}B_{22})H^2 = B_{11}(B_{12}B_{21} - B_{11}B_{22})\{(4B_{12}B_{21} - L_1L_2)L_1L_2 + F^2\} = 0$

$h_2(k_{2+}^*) = h_{2+}^*$ 、も同様に示される。

こうした結果は次のようにまとめることができる。

一致推測的変動が選ばれる限り、決定変数が数量であるときも価格であるときも同一の均衡が成立する。

この結果によって一致推測的変動を仮定する限り、静学的寡占モデルを構築する際、寡占企業の決定変数を生産量にするか、あるいは価格にするかといった決定変数の選択問題に悩む必要はない。一致推測的変の概念は3つの意味で意義がある。1つは従来から主張されているように、推測的変動の内生化という側面である。2つめは命題3で示される。一致推測的変動均衡を使えば、寡占モデルが数量競争モデルか価格競争モデルかによって均衡が異なることはない。3つめは「おわりに」で簡単に紹介するように、一致推測的変動均衡での不完備情報行動である。このときの企業行動はクールノー均衡のもとでの不完備情報行動とまったく対照的となる。

おわりに

本稿では、ライバルの反応曲線について無知であるような不完備情報下（その傾きは既知であるものの、その位置については無知とする）の寡占均衡を有限回数の同時手番ゲームで考えると、一致推測的変動均衡が成立することを示した。一致推測的変動均衡は数量競争ゲームの場合でも、価格競争ゲームの場合でも選択変数にかかわらず同一の均衡となることを示した。

Takenaka and Kobayashi [2017] では、一致推測的変動均衡ではどの企業も自らの需要曲線の位置を偽ってライバルをミスリードしようという誘因は存在しないことが明らかにされた。他方、完備情報のもとでの数量競争を同時手番ゲームで表わした均衡がクールノー均衡である。Takenaka and Kobayashi [2017] ではさらに、ここで仮定する不完備情報のもとで、もしクールノー均衡が成立するとしたら、そこでは自らの真の需要を偽ってライバルをミスリードしようという誘因が存在することを明らかにした。このことは不完備情報と一致推測的変動との整合的な関連性を意味する。

しかし一致推測的変動は理論モデルでも実証研究でも多くの文献で使われているとは言いがたい。またいくつかの実証研究では推定された推測的変動についての仮説検定で、クールノー行動という帰無仮説が棄却されないし、もっと明示的に「一致」という帰無仮説が統計的に棄却される研究もある³⁾。例えば、Liang [1989] は朝食用シリアル産業を対象に、価格を決定変数としてその推測的変動均衡を推定し、その一意性と「一致」帰無仮説が同時に検定され、棄却されている。しかし、推定された価格の推測的変動がゼロではないことから、企業はライバルの反応を認識していると結論する。Liangはその理由が推測的変動の関数型にあることを示唆している。この点は、Haskiel and Martin [1994] や Slade [1992] と同様である。

Haskiel and Martin [1994] は利潤と供給能力制約との関係を検証し、それを通して決定変数が数量なのか、あるいは価格なのかを実証する⁴⁾。推定結果として、推測的変動と限界費用との線形関係が見出された（自乗項は有意ではない）。これは推測的変動が「一致」であることを意味している可能性がある。

Slade [1992] では、バンクーバーのガソリン市場の価格競争中の需要と供給の動学モデルを推定する。推定のさい、価格の上昇と下落ではライバルの反応が異なることと反応の非線形性（反応が価格水準に依存する）が考慮される。その結果、反応パラメータが時間を通じて一定でないことを発見する。

3) 他に実証分析で推測的変動の「一致」帰無仮説を検定しているのは、Kinoshita, Suzuki and Kaiser [2002] がある。Kinoshita, Suzuki and Kaiser も Liang [1989] と同様に、価格を決定変数とするが、「一致」仮説は棄却される。

4) 同質財産業内では、能力に制約されている企業はよりクールノー的に行動し、ベルトラン行動のもとでよりも高い利潤を得る。Haskiel and Martin は英国の1980年代の81産業からなるパネルデータを使う。

こうした実証結果から、問題は「一致」にあるのではなく、推測的変動が一定ではなく、何らかの関数型となる可能性を示唆している。さらに、一致推測的変動の計算は本章のように複占市場ならば容易であるが、企業数が増えるにつれて厄介となる。

最後に、一致推測的変動は進化論ゲームによって選ばれる可能性があることを示しておきたい。Dixon and Somma [2003] は複占をプレーする多くのペアからなる経済を考え、進化ゲーム論的アプローチから推測的変動が ESS（進化論的安定戦略：evolutionary stable strategy）に収束することを示す。最終的な推測的変動は一意的に「一致」水準に収束していく。進化の時間系列を通して「支配されない戦略（推測）」は負になること、すなわちクールノー均衡よりも競争的になることを示した。しかし、Müller and Norman [2006] はこの結論が「無限人口（infinite population）」の仮定に依存していることと、「有限人口（finite population）」の仮定の下では ESS によって、長期に生き残る推測は「一致」ではないことを示す。

【参考文献】

- Dixon, D. and Somma, E., 2003, "The evolution of consistent conjectures". *Journal of Economic Behavior and Organization*, Vol. 51., 523-536.
- Haskiel, J. and Martin, C., 1994, "Capacity and Competition: Empirical Evidence on UK Panel Data", *The Journal of Industrial Economics*, Vol. XL I I , No. 1 March , 23-44. by Jonathan
- Kamien, M. and Schwartz, N., 1983, "Conjectural Variation", *Canadian Journal of Economics*, Vol. 16, 192-211.
- Kinoshita, J., Suzuki, N and Kaiser, H. M., 2002, "Explaining Pricing Conduct in a Product-Differentiated Oligopolistic Market: An Empirical Application of a Price Conjectural Variations Model", *Agribusiness*, Vol.18, No. 4. 427-436.
- Liang, N., 1989, "Price Reaction Functions and Conjectural Variations; An Application to the Breakfast Cereal Industry". *Review of Industrial Organization*, Vol. 4, No. 2. 31-58.
- Lindh, T., 1992, "The Inconsistency of Consistent Conjectures Coming back to Cournot", *Journal of Economic Behavior and Organization*, Vol. 18, 69-90.
- Müller, W. and Norman, H-T., 2006, "Conjectural Variation and Evolutionary Stability in Finite Populations", *Journal of Evolutional Economics*, Vol. 17, 53-61.
- Slade, M., E., 1992, "Vancouver's Gasoline-Price Wars: An Empirical Exercise in Uncovering Super-game Strategies". *The Review of Economic Studies*, Vol. 59, 257-276.
- Takenaka, K. and Kobayashi, S., 2017, "Consistent Conjectures in Differentiated Duopoly with Private Information: Outcome Equivalence and Non-Manipulation of Information", *European Association for Research in Industrial Economics*, Maastricht, The Netherlands.

