技術変化と生産効率

岩　崎　輝　行

Ⅰ　はじめに

経済学において，技術進歩は主としてマクロの生産関数の中で扱われ，しかも外生的にとらえられている．即ち，技術進歩があっても生産関数は変化せず，生産関数をシフトさせるか，あるいは生産要素の効率を高める方法を持って体化させる要因としてみなされている．それは次のように表示される．

(1) $Q = F(K, L, t)$

Q：総生産

K, L：生産要素（資本と労働）

t：外生的要因（時間等）

上式における t の影響を技術進歩とみなしている．その影響を個別に表示すれば，以下のような場合に区別される．

生産関数をシフトさせる技術進歩：

(2) $Q = A(t)F(K, L)$

生産要素の効率を高める技術進歩：

(3) $Q = F(B(t)K, C(t)L)$

上記のような技術進歩の解釈は，先進国の経済成長に対する技術進歩の寄与を計測するために考え出されたものであった．しかし，二生産要素で技術進歩を計測するにあたり，最も問題となる点は，新技術が導入された後も同じ生産関数が継続するという仮定および多数の生産要素の二生産要素への集計である．この考え方では，生産関数をシフトさせる技術進歩を計測するとき生産要素の増大によって説明されない増分が技術進歩に帰せられることになる．

生産要素の効率を高める技術進歩を計測する場合，労働と資本財とではその集計方法に差異がある．労働の集計には一般的に市場価格（賃金）をウェイトとして使用する．資本財の場合には，時価による評価額をデフレーターによって実質額を推計する．いずれの場合も，それらが正当とされるためには厳しい条件が必要とされる．特に，資本財の集計には償却や置換の評価の問題に加え，さらに，新しい技術を具現している機械装置等の新生産要素の評価の方法が重要な問題となる．その評価の方法によって技術の効率係数の測定に影響を与える．

以上の観点から，技術進歩を外部条件に依拠することなく生産関数において新技術導入とその効率を定義する必要がある．（注１）

生産者は，新技術導入にあたり旧技術と比較検討し，決定する．言い換えれば，新旧技術を比較検討

する事前の生産過程と，決定後の生産過程を区別する必要がある．事前の生産過程と事後の生産過程を生産関数で表現することができる．前者を事前生産関数，後者を単に生産関数と名付ける．事前生産関数から生産関数が決定されるため，新技術の生産関数は旧技術の生産関数と異なる．

事前生産関数において技術選択の基準は利潤最大である．旧技術から新技術に移転するにあたり利潤の上昇とともに生産物の生産の効率が上昇する結果が保証されなければならない．それを計測するために効率係数を定義する．以下，この効率係数の特徴を論ずる．

Ⅱ　生産関数と技術進歩

技術進歩の効率係数を定義するために，技術進歩の考え方を整理する必要がある．

生産関数は n 個の生産要素のベクトル（$X,{}_1, \cdots, X_n$）を m 個の生産物（$Y_1, \cdots, Y_m$）に変換する関数 F として表現される．

$$(4)\ (X,{}_1, \cdots, X_n) \xrightarrow{F} (Y_1, \cdots, Y_m)$$

この生産関数において技術進歩は，新しい生産要素 X_{n+1} によって生産物が生産され，それにより生産関数も F′ に変化する．

$$(5)\ (X,{}_1, \cdots, X_n,, X_{n+1}) \xrightarrow{F'} (Y_1, \cdots, Y_{m,})$$

ここでは，新技術は新しい生産物をつくるために導入されるのではなく，新生産要素が旧生産要素と交換される技術変化を想定する．例えば，農産物生産の肥料が堆肥から化学肥料に交換される例を挙げることができる．

市場経済における新生産要素の導入の指標は生産物の増大ではなく利潤の増加である．その増加の割合が 1 以上であるとき，新生産要素の効率は旧生産要素の効率より良いと定義され，その比率を効率係数と名付ける．

効率係数の説明のため，生産物 Q と生産要素 n 個の事前生産関数を仮定する．さらに，X_1 に代替する X_2 が新技術を具現した生産要素と仮定する．この事前生産関数は下記のように定義される．

(6) $Q = F(X_1, X_2, \cdots, Xn)$

a) X_3 から X_n のいずれか 1 つが 0 ならば $Q = 0$

b) $Q \neq 0 \mid X_1 \neq 0, X_2 = 0$, あるいは $X_1 = 0, X_2 \neq 0$

c) $F_i = \partial F / \partial X_i > 0 \quad i = 1, \cdots, n$

　ただし　$F_i \mid X_i = 0 \neq \infty \quad i = 1, 2$

　　　　　$F_i \mid X_i = 0 = \infty \quad i = 3, \cdots, n$

d) $F_{ii} = \partial^2 F / \partial X_i^2 < 0 \qquad i = 1, \cdots, n$

e) $F_{ij} = \partial^2 F / \partial X_i X_j > 0 \qquad i, j = 1, \cdots, n\ i \neq j$

条件 b と c 以外は新古典派流の一次同次生産関数の条件である．b と c は X_1 と X_2 のあいだの完全代替を認める必要条件である．

生産者はこの生産関数と与えられた費用を前提として利潤を最大にする生産要素の種類と量を決定すると仮定する．利潤は下記のようにあらわされる．

（7）$V = PQ - \sum_{i=1}^{n} P_i X_i$

P：生産物価格　　P_i：生産要素 X_i の価格

利潤最大化は下記のように表される.

（8）Max V

制約条件　$Q = F(X_1, X_2, \cdots, Xn)$

$D \geqq \sum_{i=1}^{n} P_i X_i$　　D：予算額

新しい技術を体現する新生産要素 X_2 が旧生産要素 X_1 に完全代替すると仮定すれば，解は（$0, X_2, \cdots, X_n$）となる．また, 生産関数は条件 d）により凹関数であるから利潤関数も凹関数である．したがって，生産者行動（8）は Kuhn-Tucker 定理によって下記の結果を得る．u を予算制約式 D にかんする Lagrange 係数とすれば下記の条件を得られる.

（9）$PF_1 - (1 + u)P_1 \leqq 0$

（10）$PF_i - (1 + u)P_i = 0 \quad i = 2, 3, \cdots, n$

（9）式は X_1 が 0 で最適解となっているか，あるいは境界点であることを示している．（10）式は生産要素 $X_i(i = 2, 3, \cdots, n)$ が正あるいは 0 であっても最適解であることを意味する．新生産用 X_2 は正と仮定されているため（9）と（10）から次式が成立する.

（11）$\dfrac{F_1}{F_i} \leqq \dfrac{P_1}{P_i} \quad i = 2, 3, \cdots, n$

（11）式により生産要素 X_1 が完全に代替されるためには $X_1 = 0$ における限界生産性と他の生産要素の最適解における限界生産性の比がそれらの価格比率に等しいか小でなければならないことを示している．新生産要素 X_2 と代替される生産要素 X_1 の場合，X_2 の限界生産性が相当高く見込まれても（11）式の関係が見たさえないほど X_2 の価格が高ければ新生産要素は導入されないことを示している.

旧技術を具現化する生産要素 X_1 と新技術を具現化する生産要素 X_2 を比較し選択が行われる．その選択を行う生産関数を事前生産関数 F と名付ける．（注２）F に基づき生産要素の量が決定されると，事後的生産関数が導かれる．新技術が導入される前の旧生産関数 G_{old} と新技術が導入された新生産関数 G_{new} は以下のように表される.

（12）$F(X_1, 0, X_3, \cdots, X_n) = G_{old}(X_1, X_3, \cdots, X_n)$

（13）$F(0, X_2, X_3, \cdots, X_n) = G_{new}(X_3, \cdots, X_n)$

上記の定式の下で新技術の効率係数を定義するにあたり，２つの係数が定義できる．生産要素換算による係数と生産物換算による係数である.

生産要素効率係数：$b = \bar{X}_1 / \tilde{X}_1$

$\bar{X}_1$ と $\tilde{X}_1$ は次のように定義される.

（14）$F(0, \bar{X}_2, \bar{X}_3, \cdots, \bar{X}_n) = F(\bar{X}_1, 0, \bar{X}_3, \cdots, \bar{X}_n)$

（15）$P_2 \bar{X}_2 = P_1 \tilde{X}_1$

この式は（8）の予算制約式から導出される.

$D = P_2 \bar{X}_2 + \sum_{3}^{n} Pi \bar{X}_I = P_1 \bar{X}_1 + \sum_{3}^{n} P_i \bar{X}_I$

効率係数 b は，必要とされる X_1 の値と購入できる X_1 の値との比である．この比が 1 以上であれば新生産要素 X_2 のほうが旧生産要素 X_1 より効率が高いこと示している．

a．生産物換算効率係数：$CN = \bar{Q}/\tilde{Q}$

$\bar{Q}$ と $\tilde{Q}$ は次のように定義される．

(16) $\bar{Q} = F(0, \bar{X}_2, \bar{X}_3, \cdots, \bar{X}_n)$

$\bar{Q}$ は最適生産要素ベクトル $(0, \bar{X}_2, \bar{X}_3, \cdots, \bar{X}_n)$ による生産量である．

(17) $\tilde{Q} = F(\tilde{X}_1, 0, \bar{X}_2, \bar{X}_3, \cdots, \bar{X}_n)$

$\tilde{Q}$ は (5) によって換算される $\tilde{X}_1$ を代入することによって得られる生産量である．

生産効率係数 CN は最適生産量を予算制約によって換算される $\tilde{X}_1$, によって計算される生産量との比である．

ここでは２つの生産要素にかんする効率係数 b にかんし考察する．

Ⅲ　生産要素効率係数：２生産要素の事例

これまでの議論に則って，事前生産関数 $F(X_1, X_2)$ と価格ベクトル (P, P_1, P_2) の下で，最適解は $F(0, \bar{X}_2)$ となったと仮定する．第Ⅱ章における議論によりこの最適解の効率係数と条件は下記の通りとなる．

(18) $b = \bar{X}_1/\tilde{X}_1$

(19) $\bar{Q} = F(0, \bar{X}_2) = F(\bar{X}_1, 0)$

(20) $D = P_2\bar{X}_2 = P_1\tilde{X}_1$

(21) $\left.\dfrac{F_1}{F_2}\right|_{(0,\ X_2)} \leqq \dfrac{P_1}{P_2}$

上記 (18) から (21) の式から下記の結果を導出できる．

定理１　$b \geqq 1$

最適解では効率係数は 1 に等しいか 1 以上となる．生産関数 F の等量曲線には中間値の定理により，両点 $(\bar{X}_1, 0)$，$(0, \bar{X}_2)$ を結ぶ直線と同じ勾配を持つ接線がその中間点に存在する．一方，等量曲線は凸関数であるから $(0, \bar{X}_2)$ における勾配は中間点の接線の勾配より大きくならない．したがって，(21) とともに次式が成立する．

(22) $\bar{X}_2/\bar{X}_1 \leqq F_1/F_2 \,|_{(0,\ \bar{X}_2)} \leqq P_1/P_2$

第 1 図はそれらの関係の図である．(22 式における 3 つの数値は，$(0, \bar{X}_2)$ を起点としてそれぞれ A は (20) 式の勾配, B は点 $(0, \bar{X}_2)$ における $\bar{Q} = F(0, \bar{X}_2)$ の接線であり, A と B の関係は (22) 式によって規定される．したがって，それらの大小関係より $\bar{X}_1 \geqq \tilde{X}_1$ となり，$b \geqq 1$ が導出される．

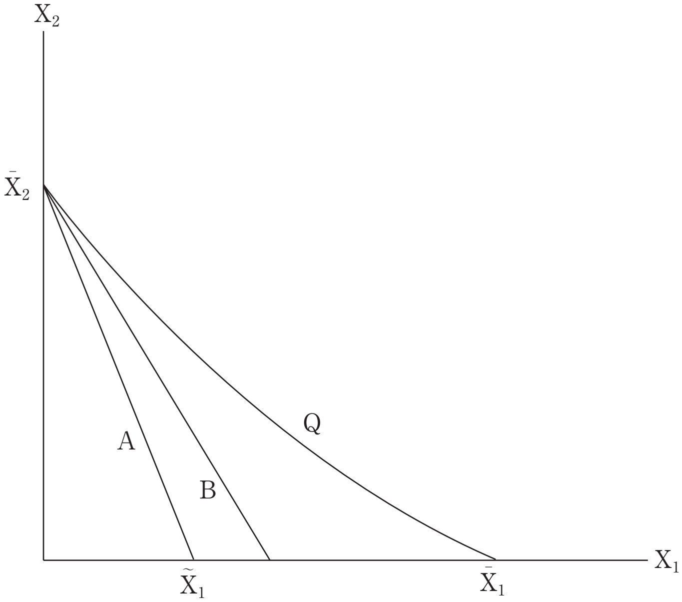
定理 1 は，生産者が利潤最大になるよう意思決定を行って新技術を採用した時生産において旧技術より新技術の効率がよくなることを示している．(注 3)

定理２　(19) 式において，X_2 が X_1 に関し凹関数ならば下記の式が成立する．

(23) $db/dD \geqq 0$

X_2 が X_1 に関し凹関数であるためには次式の成立が十分条件となる．

第１図　効率係数ｂ＞１



(24)　$\left.\dfrac{F_{11}}{F_1^{\,2}}\right|_{(\bar{X}_1,\,0)} \leqq \left.\dfrac{F_{22}}{F_2^{\,2}}\right|_{(0,\,\bar{X}_2)}$

定理２は以下のように導出される．

次のような関数を定義する．

(25)　$G_1(X_2) = F(0, X_2)$

(26)　$G_1(b\tilde{X}_1) = F(b\tilde{X}_2, 0)$

この関数で均衡条件は以下のように表される．

(27)　$G_1(X_2) = G_2(b\tilde{X}_1)$

(28)　$D = P_1\tilde{X}_1 = P_2X_2$

価格は与件であるから，D, b, X_1, X_2 に関する全微分は以下のようになる．

(29)　$\tilde{X}_1G_2{'}db + bG_2{'}d\tilde{X}_1 - F{'}dX_2 = 0$

(30)　$dD = P_1d\tilde{X}_1 = P_2dX_2$

(29) と (30) より下記の式が導出される．（注４）

(31)　$\dfrac{db}{dD} = \dfrac{P_1G_1' - P_2G_2'b}{P_1P_2\tilde{X}_1G_2'}$

(31) 式の右辺の分母は正である．一方，分子は下記のように変形できる．

(32)
$$\begin{aligned}&P_1G_1'-P_2G_2'b\\&=P_1F_2(0,X_2)-P_2F_1(X_1,0)b\\&=\frac{P_1X_1}{X_2}F_2\times\left(\frac{X_2}{X_1}-\frac{F_1(X_1,0)}{F_2(0,X_1)}\right)\\&=\frac{P_1X_1}{X_2}F_2W(X_1,X_2)\\&\qquad W(X_1,X_2)=\frac{X_2}{X_1}-\frac{F_1(X_1,0)}{F_2(0,X_2)}\end{aligned}$$

一方，$F(X_1,0)=F(0,X_2)$ から（33）と（34）を得る.

(33) $$\frac{d^2X_2}{dX_1^{\,2}}=\frac{F_{11}(X_1,0)F_2^{\,2}(0,X_2)-F_{22}(0,X_2)F_1^{\,2}(X_1,0)}{F_2^{\,3}(0,X_2)}\leqq 0$$

(34) $$\frac{dX_2}{dX_1}-\frac{F(X_1,0)}{F(0,X_2)}>0$$

これらの式より，X_2 は X_1 に関して凹関数であるから $W(X_1,X_2)$ は正である.

$$W(X_1,X_2)=\frac{X_2}{X_1}-\frac{F_1(X_1,0)}{F_2(0,X_2)}=\frac{X_2}{X_1}-\frac{dX_2}{dX_1}\geqq 0$$

したがって（32）は非負である.

定理 2 は，生産関数が凹の場合生産者の予算が大きいほど新技術採用に生産効率がよくなることを示している．予算額が大きくなるほど新生産要素投入量が大きくなるから一見当然のように見える．しかし，それの十分条件（24）が成立していなければならない.

定理 3　$\dfrac{db}{dP_2}<0$

（25）と（26）より次式が得られる.

(35) $$\frac{db}{dP_2}=-\frac{X_2F_1'}{P_2\tilde{X}_1G_2'}<0$$

定理 3 は，新生産要素を採用する生産者にとって新生産要素の価格上昇がその効率の下落をもたらすこと示している.

定理 4　均衡点では次の関係が成立する.

$$e_{\bar{X}_2,\bar{X}_1}\gtreqqless P_2/P_1 \text{ に対し}\qquad F_2(0,\bar{X}_2)\gtreqqless F_1(\tilde{X}_1,0)$$

$e_{X_1,X_2}=\dfrac{X_1}{X_2}\dfrac{dX_2}{dX_1}$：$X_2$ の X_1 に関する弾力性．この弾力性は等量曲線上の弾力性ではなく，X_2 が 1 単位増加することによって増大する生産量を償うために必要とされる X_1 の量である．したがって，この弾力性は正である.

$$\left.\frac{dF}{dX_2}\right|_{(0,\bar{X}_2)}-\left.\frac{dF}{dX_1}\right|_{(\tilde{X}_1,0)}$$
$$=F_2(0,\bar{X}_2)-\frac{P_1\bar{X}_1}{P_2\bar{X}_2}F_1(\bar{X}_1,0)$$

$$= \frac{P_1}{P_2} F_2(0, \bar{X}_2) \times \left(\frac{P_2}{P_1} - \frac{\bar{X}_1}{X_2} \frac{F_1(\bar{X}_1, 0)}{F_2(0, \bar{X}_2)} \right)$$

$$= \frac{P_1}{P_2} F_2(0, \bar{X}_2) \times \left(\frac{P_2}{P_1} - \frac{\bar{X}_1}{\bar{X}_2} \frac{dX_2}{dX_1} \right) \quad \text{(34)より}$$

$$= \frac{P_1}{P_2} F_2(0, \bar{X}_2) \times \left(\frac{P_2}{P_1} - e_{\bar{X}_2, \bar{X}_1} \right)$$

定理4は，新生産要素の限界生産力が旧生産要素のそれより大であるとは限らないことを示している．両者の大小は，均衡点における X_2 の X_1 に関する弾力性のそれらの価格比に依存する．

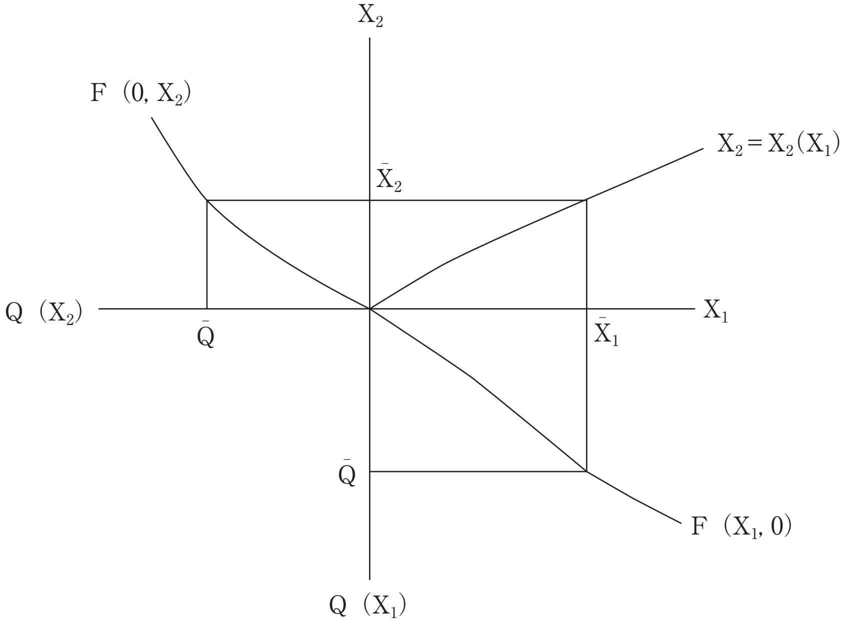
Ⅲ　効率係数と関連関数の図形表示

上記で導出した結果の理解の説明のため，n＝2を例に効率係数とそれにかかわる諸変数の関係を図示する．

第1図で，等量曲線の意味することを示した．第2図は，同じ関係を $X_2 = X_2(X_1)$ を使って示している．第2図のように X_1, X_2, Q それぞれの軸を定めると，第2象限に生産関数 $F(0, X_2)$，第4象限に生産関数 $F(X_1, 0)$ を描くことができる．同一生産量 $\bar{Q}$ を生産するのに必要なそれぞれの生産要素の軌跡を第1象限に描くと，それが $X_2 = X_2(X_1)$ 曲線となる．第2図では X_2 曲線は凹関数として表されている．定理4における弾力性 $e_{\bar{X}_2, \bar{X}_1}$ は，第2図における A 点の弾力性を意味する．

以下，効率係数 b に影響する事前生産関数の特徴を上記の分析から明らかにする．

第2図　$X_2 = X_2(X_1)$



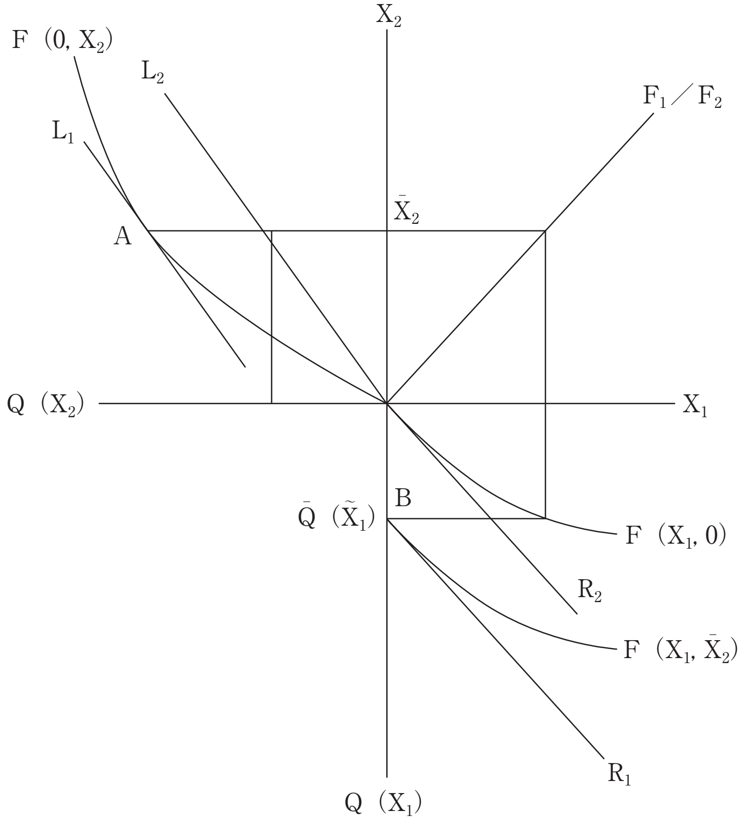
Ⅲ－1 最適点（$0, \bar{X}_2$）における X_1 と X_2 の限界生産力の比

第 3 図において，$F_2(0, \bar{X}_2)$ は A 点における勾配であることは明らかである．

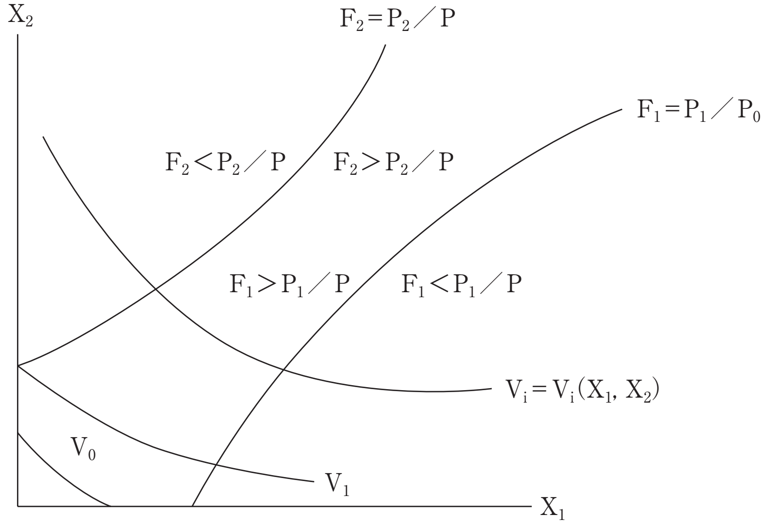
$F_1(0, \bar{X}_2)$ は関数 $F_1(X_1, \bar{X}_2)$ 上の点 $(0, \bar{X}_2)$ における勾配であるから X_2 軸上 B 点における勾配である．$F_1(0, \bar{X}_2)$ と $F_2(0, \bar{X}_2)$ の比は次のようにして求めることができる．A 点における接戦 L_1 を原点に平行移動させ L_2 とし，B 点における接戦 R_1 を同様に平行移動させ R_2 とする．次に，X_1 軸と X_2 軸上に原点より同じ長さの点を取り，L_2 と R_2 によって得られる Q 軸上の点の第 3 象限における点と原点を結んだ直線の勾配が求める最適点（$0, \bar{X}_2$）における X_1 と X_2 の限界生産力の比である．

新生産要素 X_2 が導入されるためには，定理 1 における（22）が満たされていなければならない．価格比 P_1/P_2，均衡点（X_1, X_2），生産関数が与えられている場合，$F_1(0, \bar{X}_2)$ の範囲は生産要素 X_1 が最適点で 0 になったとき，X_1 の限界生産力はある一定の範囲内に入っていなければならない．

第 3 図 最適点（$0, \bar{X}_2$）における X_1 と X_2 の限界生産力



第４図　等利潤曲線



Ⅲ－2　利潤関数の特徴

利潤関数 V は下記の式で表される.

$$(36)\quad V = PQ - (P_1X_1 + P_2X_2)$$

等利潤曲線 $\bar{V}$ は下記のように表される.

$$(37)\quad \left.\frac{dX_2}{dX_1}\right|_{V=\bar{V}} = -\frac{PF_1 - P_1}{PF_2 - P_2}$$

したがって，等利潤曲線は分母（$PF_2 - P_2$）と分子（$PF_1 - P_1$）の正負によって勾配が変化する．一般的な等利潤曲線は第 4 図の V_i のように表される．しかし，曲線 $PF_1 = P_1$ と $PF_2 = P_2$ は，生産関数の定義により，それぞれ X_2 軸と X_1 軸上で交点を持つ．また，両曲線の勾配は次式（38）のように正である．

$$(38)\quad \frac{dX_2}{dX_1} = -\frac{F_{11}}{F_{12}} > 0$$

これらの式より等利潤曲線には，第 4 図に示されているように，生産要素の限界生産性と価格比率の差により様々な形が存在する．ここでは生産要素の完全代替の V_0 や V_1 のような型となる．

生産者の予算額Dが一定とすると，それを接線とする利潤関数上の接点が最適点となる．第 5 図における E_0 と E_1 はその例である．E_0 は境界点であって接線でない場合も含まれる．その場合，

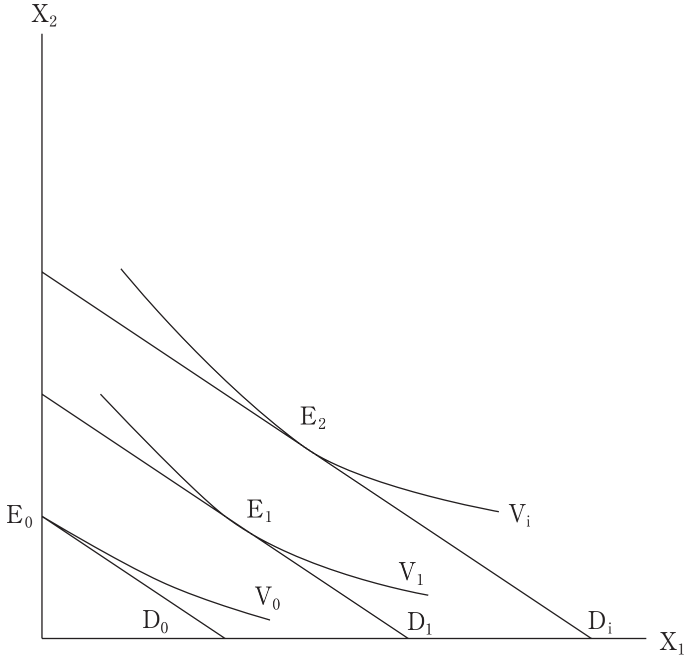
（22）式は不等式となる.

予算額 D が増大すると，効率係数 b は新生産要素 X_2 が旧産要素 X_1 の凹関数であるときは増加するという結果を得ている.

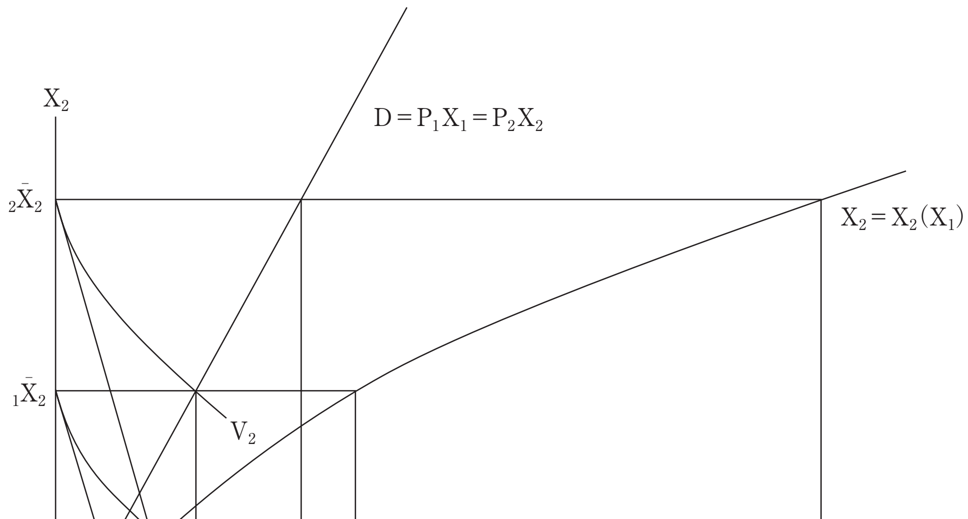
Ⅲ－3　新技術の生産要素 X_2 と旧生産要素 X_1 と予算 D との関係

新生産要素，旧生産要素および予算の関係は（19）と（20）によって示されている．第 6 図はこれら 3 変数の関係を表している．（22）式により $\bar{X}_1$ は $\tilde{X}_1$ より大になることが図示されている．$\bar{X}_1$ は（19）式によって，$\tilde{X}_1$ は（20）式によって X_1 軸上に示される．さらに完全代替の場合，定理 2 の（23）式は予算額増大（$D_2 > D_1$）が効率係数 b に及ぼす効果が第 6 図に示されている．予算線 D_1 を予算線 D_2 へ

第 5 図　予算額と利潤曲線



第 6 図　生産要素 X_1 と X_2 及び予算 D との関係



平行移動させることにより，その効果が示される．$b_1={}_1\bar{X}_1/{}_1\tilde{X}_1$ の方が $b_2={}_2\bar{X}_1/{}_2\tilde{X}_1$ より小であることが示されている．しかし，そのためには $X_2=X_2(X_1)$ が凹関係であることが充分条件となる．

定理２は，技術進歩による効率が資金規模が大になるほど上昇することを示している．云いかえれば技術進歩は市場の寡占化，独占化を進める契機になることを示している．

第Ⅳ節　新生産要素と旧技術の生産要素の不完全代替

前節では新生産要素が旧生産要素を完全に代替する例を分析した．しかし，新生産要素と旧生産要素の不完全代替においても同様な結果を得ることができる．不完全代替の条件は，下記の式のように表される．X_1^0 は新生産要素導入後にも使用される旧生産要素である．第７図にそれら変数の関係が示されている．ほとんど第６図と同じように図示されるが，生産要素の不完全代替の場合，(40）は $X_2=X_2(X_1)$ であるためこの曲線は X_1 軸上で（X_1^0, 0）を始点とする．第７図に見るように，生産要素不完全代替の場合，効率係数 b は１より大となる（第７図)．

(39）$b=(\bar{X}_1-X_1^0)/\tilde{X}_1$

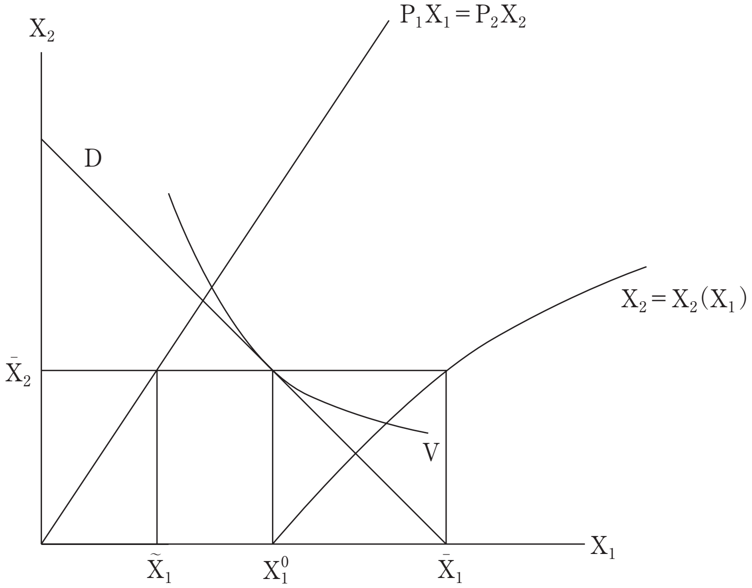
(40）$F(X_1^0,\bar{X}_2)=F(\bar{X}_1,0)$

(41）$D=P_1X_1^0+P_2\bar{X}_2=P_1X_1^0+P_1\tilde{X}_1$

(42）$\left.\dfrac{F_1}{F_2}\right|_{(X_1^0,\,\bar{X}_2)}=\dfrac{P_1}{P_2}$

生産要素不完全代替の場合，予算額増大が効率係数 b に及ぼす効果も図示できる．

第７図　不完全生産要素代替と効率係数



第Ⅴ節　**まとめ**

生産者は，新技術導入に際して旧技術との比較を行い，利潤最大化という判断基準に基づき新技術を採用する．この過程を事前生産関数から事後生産関数への移行として分析した．その効果を効率係数で計測し，新技術採用が利潤最大化に寄与すれば効率係数は１に等しいか，１より大になることを見た．また，価格変化及び予算変化が効率係数に及ぼす効果も分析し，技術進歩は単なる生産要素の効率のみの変化ではなく，利潤動機の下では価格および予算額も影響を与えることが確認されたといえよう．

注１　技術進歩と経済成長との関係の概観は参考文献参照.

注２　簡単な例として，労働とロボットあるいは自動化機械があげられる.

注３　現実には，結果として新技術によって利潤増が実現して効率係数増大が推測できるといえよう.

注４　(29) と (30) は行列形式で下記のように表される.

$$\begin{bmatrix} bG_2' & -G_1' & \tilde{X}_1 G_2 \\ 0 & P_2 & 0 \\ P_1 & -P_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\tilde{X}_1 \\ dX_2 \\ db \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ dD \\ 0 \end{bmatrix}$$

したがって，

$$db = \begin{vmatrix} bG_2' & -G_1' & 0 \\ 0 & P_2 & dD \\ P_1 & -P_2 & 0 \end{vmatrix} \Big/ |M|$$

$$M = \begin{bmatrix} bG_2' & -G_1' & \tilde{X}_1 G_2' \\ 0 & P_2 & 0 \\ P_1 & -P_2 & 0 \end{bmatrix}$$

これらの式から (31) が得られる.

参考文献

Aghion, Philippe and P. Howitt, “*Endogenous Growth Theory*”, The MIT Press, 1998